

19. RESOUDRE UN SYSTEME D'EQUATIONS

1. Ce qu'il faut savoir :

Le système $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$ est un système d'équations linéaires à deux inconnues.

Le couple (3 ; -1) est solution du système. En effet : $2 \times 3 + (-1) = 5$ et $3 - 3 \times (-1) = 6$.

2. Comment résoudre un système d'équations ?

■ *Méthode de substitution*

■ On exprime une inconnue en fonction de l'autre à l'aide d'une des équations :

$$\begin{cases} y = 5 - 2x \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$

■ On reporte cette expression dans l'autre équation :

$$x - 3(5 - 2x) = 6 \quad \text{ou} \quad x - \dots + \dots = 6 \quad \text{soit} \quad \dots = \dots$$

■ On résout l'équation obtenue :

$$\dots = \dots \text{ d'où : } x = \dots$$

■ On calcule l'autre inconnue :

$$y = 5 - 2x \dots \text{ d'où : } y = \dots$$

■ On vérifie :

Le couple (... ; ...) est bien solution du système.

■ *Méthode d'addition*

● On multiplie chaque équation par des nombres tels que les coefficients d'une inconnue soient opposés. Dans notre système, on peut par exemple multiplier la 2^e équation par : -2

$$\text{Alors : } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2(x - 3y) = -2 \times 6 \end{cases} \text{ d'où : } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ \dots + \dots = \dots \end{cases}$$

● On additionne membre à membre les deux équations :

$$\text{d'où : } \dots = \dots \dots \dots \text{ et } \dots = \dots \quad \text{donc : } y = \dots$$

On reporte cette valeur dans une des deux équations pour calculer l'autre inconnue :

$$2x + (\dots) = 5 \quad \text{donc } x = \dots$$

Remarque : on pouvait multiplier la 1^{re} équation par 3.

3. Applications

Exercice 1

Martin a dans sa tirelire 21 pièces de 1 € et de 2 € ; il pense avoir en tout 29 €. Combien a-t-il de pièces de 1 € et 2 € ?

Exercice 2

Résoudre les systèmes suivants

$$1. \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ + 3x - 3y = -24 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y = 13 \\ 2x - 7y = 5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{12} \\ 2x - y = 28 \end{cases}$$

Exercice 3

Avec un moteur tournant à 400 tr/min, on veut entraîner un outil à 240 tr/min.

L'axe du moteur et celui de l'outil sont distants de 160 mm.

Quels sont les diamètres D_1 et D_2 des roues de friction que l'on doit monter sur ces axes ?

