Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante

BREVET DES MÉTIERS D'ART
ÉBÉNISTE

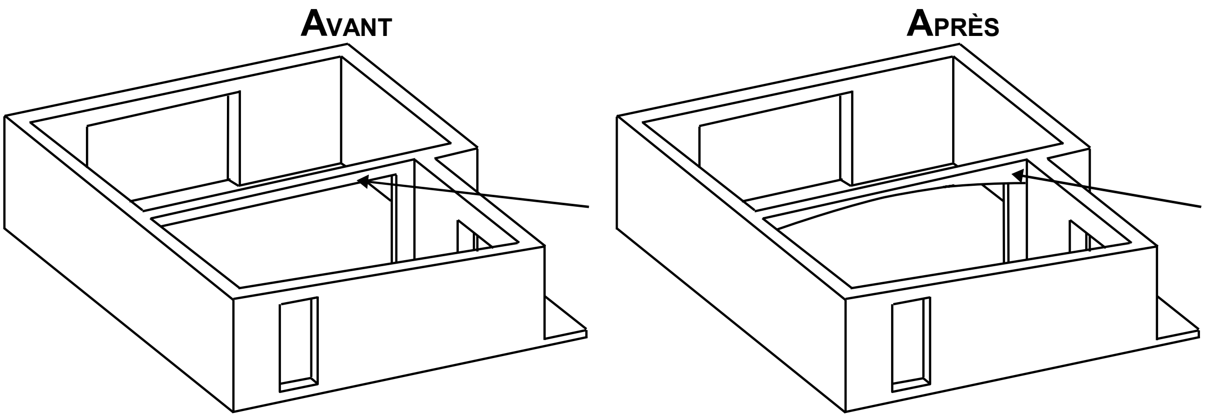
Mathématiques et Sciences Appliquées

Session 2007

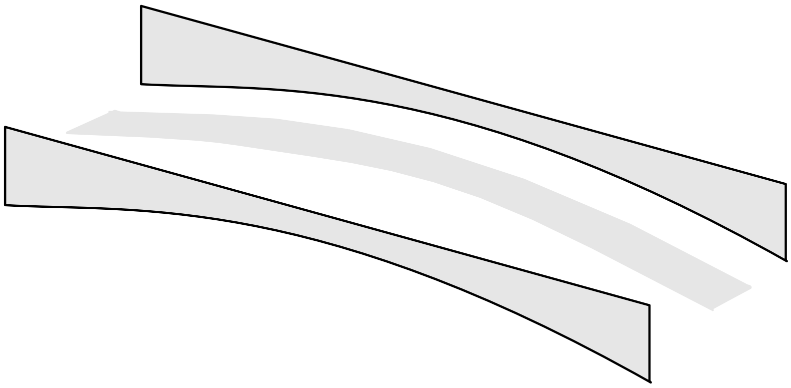
Partie Mathématiques (24 points)

Exercice 1 (15 points)

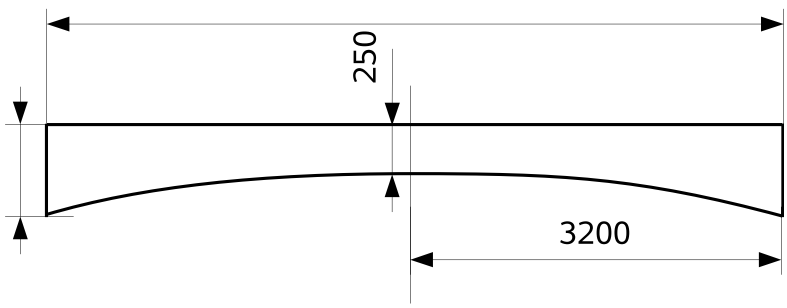
Un client souhaite masquer une poutre de béton par un placage en bois ayant la forme d'un arc de parabole, entre deux parties d'une salle, le but de l'exercice est d'étudier cet arc de parabole. La structure sera réalisée en médium, et recouverte par un placage .



Éclaté du caisson



Dimensions des façades



Les cotes de ce schéma sont en millimètres. La cote 250 indique l'épaisseur minimale.

Partie A : Étude de fonction

1) La parabole a une équation du type $y = a\,x^2 + c$. Sachant qu'elle passe par les points A(0 ; 2,25) et B(3,2 ; 1,84), déterminer les coefficients ***a*** et ***c*** de la parabole. Donner les résultats au centième.

Pour la suite du problème on admet que la fonction ***f*** définie sur l'intervalle [-3,2 ; 3,2] par $\boldsymbol{f(x) = -0{,}04\,x^2 + 2{,}25}$ représente l'arc de parabole, l'origine du repère étant au sol, et au centre de la pièce. Les dimensions sont exprimées en mètres.

2) Soit f' la dérivée de-la fonction f.
   a) Déterminer $f'(x)$.
   b) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ dans l'intervalle étudié.
   c) Calculer ensuite $f'(-2)$ et $f'(2)$.
   d) Compléter en **annexe 1** le tableau de variation
3) Compléter en **annexe 1** le tableau de valeurs de la fonction f.
4) Tracer en **annexe 1** la représentation graphique de cette fonction.

Partie B : Calculs de surfaces

On souhaite calculer l'aire totale du caisson à recouvrir par un placage.

1) On note A_1 l'aire d'une face du caisson.
   a) Calculer $I = \int_{-3,2}^{3,2} f(x)\,.\,\mathrm{d}x$ (exprimer le résultat arrondi à 10^{-4}).
   Hachurer sur le graphique en **annexe 1** la surface correspondant à cette intégrale.

   b) Sachant que la hauteur sous plafond est de 2,50 m, déterminer l'aire A_1 (exprimer le résultat au m^2 arrondi au cm^2).

2) La poutre à masquer a une largeur de 0,25 m. Le placage du dessous se place sur les cotés plaqués (voir schéma de détail ci-dessous). La longueur de l'arc de parabole à plaquer est de 6,48 m.
Calculer l'aire A_2 du dessous si le panneau de médium a une épaisseur de 19 mm et le placage une épaisseur de 0,9 mm.

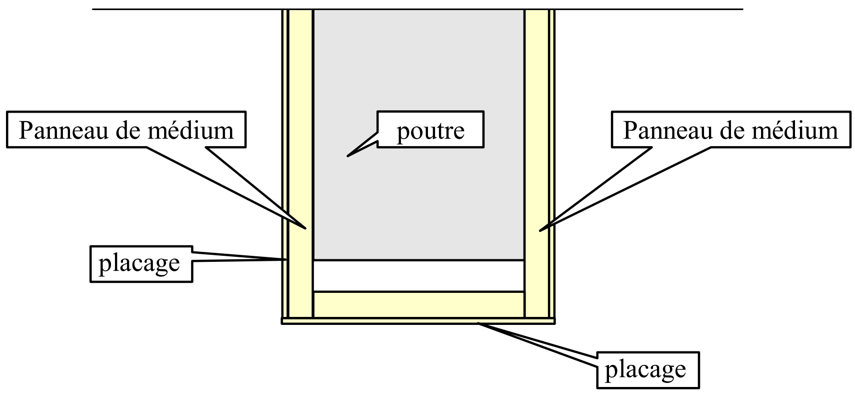


Schéma de détail du montage du caisson - coupe transversale
Les dimensions sont indiquées dans le texte

3) Calculer l'aire totale de la surface à plaquer (deux faces et un dessous). Écrire le résultat final en m² arrondi au dm².

Exercice 2 (9 points)

Une entreprise achète une machine 95 000 € le premier janvier 2001. Cette machine perd 12 % de sa valeur chaque année.

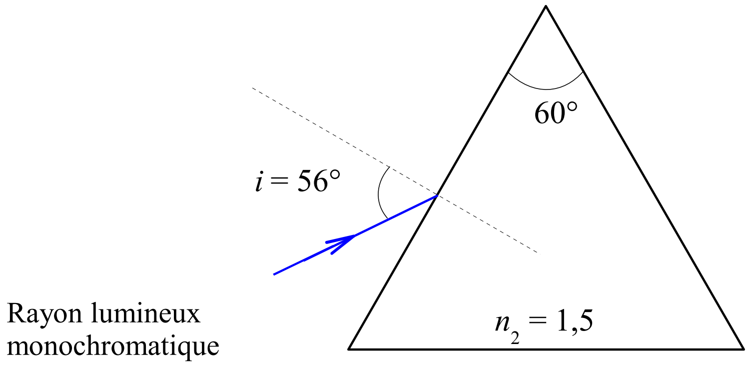
1) Calculer la valeur de la machine au bout d'un an, de deux ans, de trois ans.
2) Montrer que les valeurs obtenues forment une suite géométrique de premier terme 95 000. Quelle est la raison de cette suite ?
3) On admet que la valeur de la machine au bout de n années est égale à la valeur de u_n arrondie à l'unité. Écrire u_n en fonction de n.
4) L'entreprise revend cette machine lorsque sa valeur est inférieure ou égale à 40 % du prix initial.
   a) Calculer la valeur de revente.
   b) Calculer le nombre d'années au bout duquel l'entreprise revend la machine.

Partie Sciences Appliquées (16 points)

Exercice 1 (5 points)

Un LASER de faible puissance est utilisé pour fournir un rayon lumineux monochromatique.

1) Ce rayon traverse un prisme. Reproduire le triangle équilatéral, représentant le prisme en coupe comme ci-dessous, sur la copie. Tracer le rayon lumineux traversant ce prisme en justifiant les mesures des angles en indiquant les calculs réalisés.



Le prisme est constitué d'un matériau d'indice $n_2 = 1,5$.
A l'extérieur du prisme, l'air a pour indice $n_1 = 1$

2) Si un rayon de lumière blanche traverse ce prisme, indiquer le phénomène physique observé à la sortie du prisme.

Exercice 2 (8 points)

On souhaite utiliser un projecteur de diapositives constitué d'une lentille convergente dont le fonctionnement est modélisé sur le schéma en **annexe 2.**

1) Construire sur ce schéma l'image A'B' par la lentille L de l'objet AB.

2) L'image obtenue est-elle réelle ou virtuelle ? Droite ou renversée ?

On veut obtenir l'image sur un mur à 4 m de la lentille sachant que la distance focale de la lentille est $f = 100$ mm.

3) Donner la valeur de $\overline{OA'}$, puis calculer $\overline{OA}$, exprimer les résultats en millimètres et arrondir à l'unité.

4) La diapositive a pour dimensions 24 mm sur 36 mm. Calculer la taille de l'image sur le mur, en donnant les résultats en centimètres, arrondis à l'unité.

5) On désire projeter une série de diapositives ; comment doit-on les placer dans le panier pour les voir à l'endroit sur le mur ? (justifier)

Exercice 3 (3 points)

Les rayons X peuvent être utilisés pour analyser des œuvres d'art. Les rayons X se situent dans la gamme de fréquence comprise entre 10^{16} Hz et 10^{19} Hz.
Les rayons visibles ont une longueur d'onde comprise entre $0,4.10^{-6}$ m et $0,7.10^{-6}$m.

Montrer par le calcul que les rayons X ne sont pas des rayons visibles.

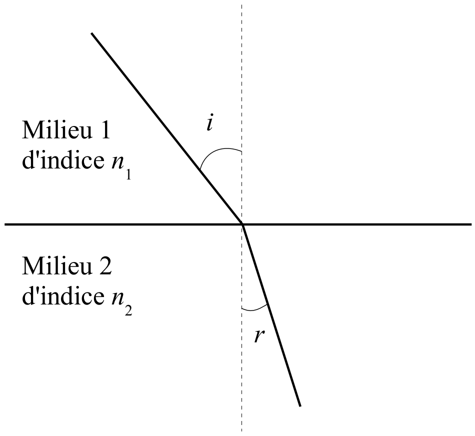
Formulaire sciences physiques

Optique :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

$n_1 \sin i = n_2 \sin r$



Ondes électromagnétiques : $\lambda = c \times T$ $\quad T = \dfrac{1}{\nu}$ $\quad c \approx 3.10^{8}$ m/s

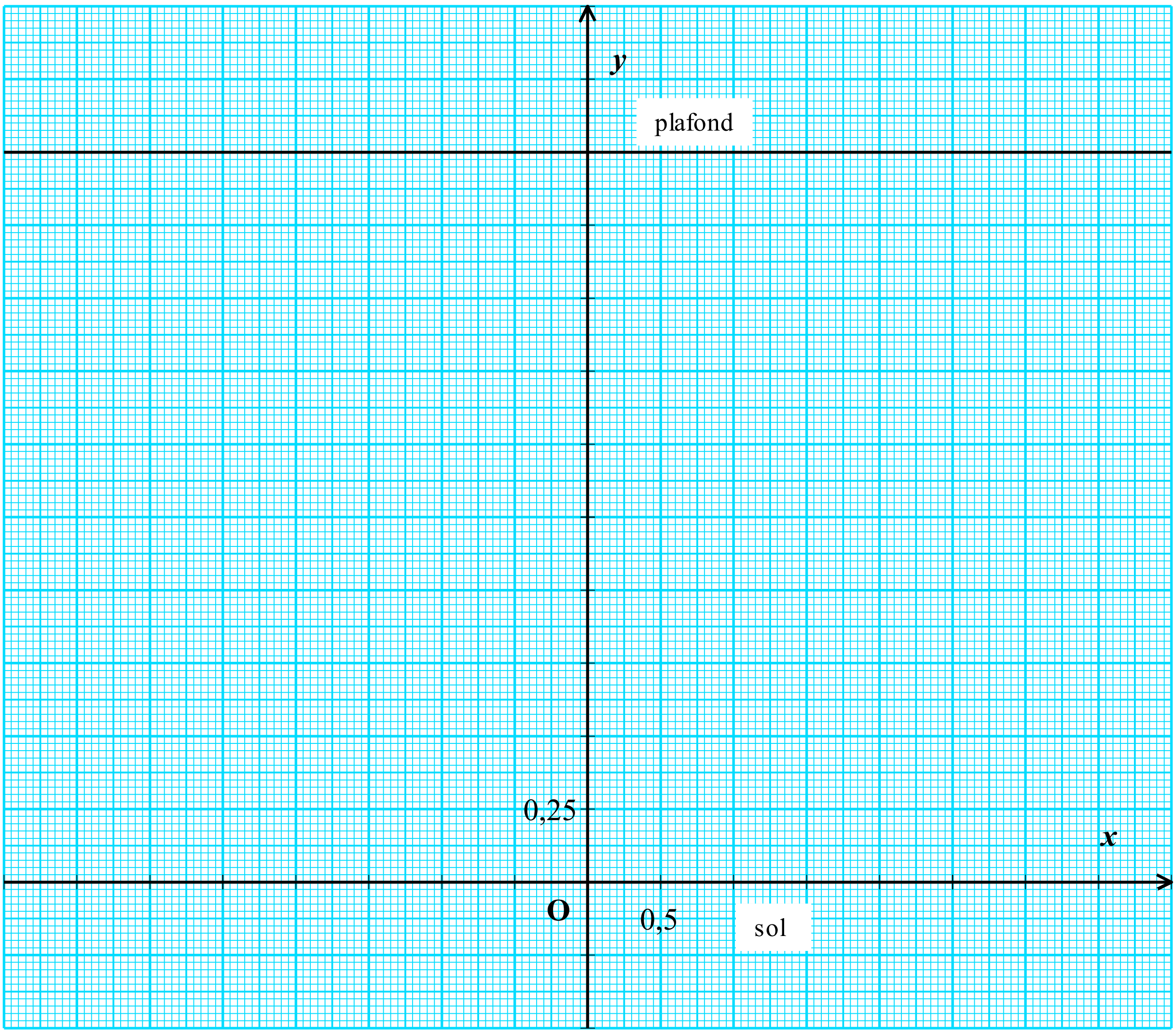
Annexe 1 à rendre avec la copie

Tableau de variation de la fonction f

x	$-3{,}2$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $3{,}2$
Signe de $f'(x)$	
$f(x)$	

Tableau de valeurs de la fonction f

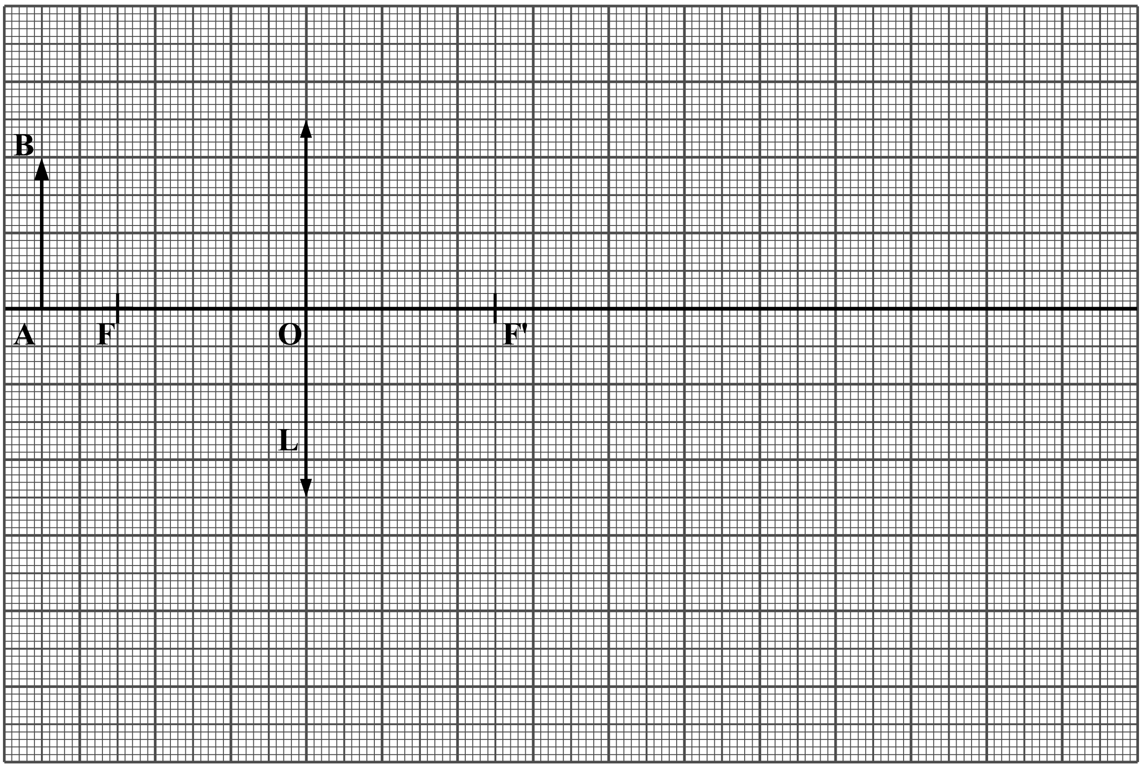
x	- 3,2	- 3	- 2,5	- 2	- 1	0	1	2	2,5	3	3,2
$f(x)$		1,89			2,21			2,09			



<u>Annexe 2 à rendre avec la copie</u>

Optique :

Construction de A'B'



FORMULAIRE BMA ÉBÉNISTE
MATHÉMATIQUES

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\ u(x)$	$a\ u'(x)$

<u>Logarithme népérien : ln</u>

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln(a)$

$\ln(a / b) = \ln(a) - \ln(b)$

<u>Équation du second degré</u> : $a x^2 + b x + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle :

Si $\Delta \geqslant 0$, $a x^2 + b x + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

<u>Suites arithmétiques</u>

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r ;

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1) r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

<u>Suites géométriques</u>

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q ;

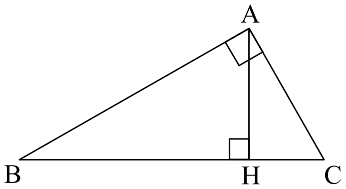
Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{(n-1)}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

<u>Relations métriques dans le triangle rectangle</u>

$BC^2 = AB^2 + AC^2$



$$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{AB} \ ; \ \cos \widehat{B} = \frac{AB}{AC} \ ; \ \tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$$

<u>Résolution de triangle quelconque</u>

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$$

<u>Aires dans le plan</u>

Triangle : $\frac{1}{2} b c \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}\ (B + b)\ h$

Disque : πR^2

<u>Aires et volumes dans l'espace</u>

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume = $B\, h$

Sphère de rayon R :

Aire = $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume = $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume = $\frac{1}{3}\ B\, h$

<u>Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace</u>

$\vec{v} \cdot \overrightarrow{v'} = x x' + y y'$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \overrightarrow{v'} = x x' + y y' + z z'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\overrightarrow{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \overrightarrow{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\overrightarrow{v'}\| \cos(\vec{v}, \overrightarrow{v'})$

$\vec{v} \cdot \overrightarrow{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \overrightarrow{v'}$