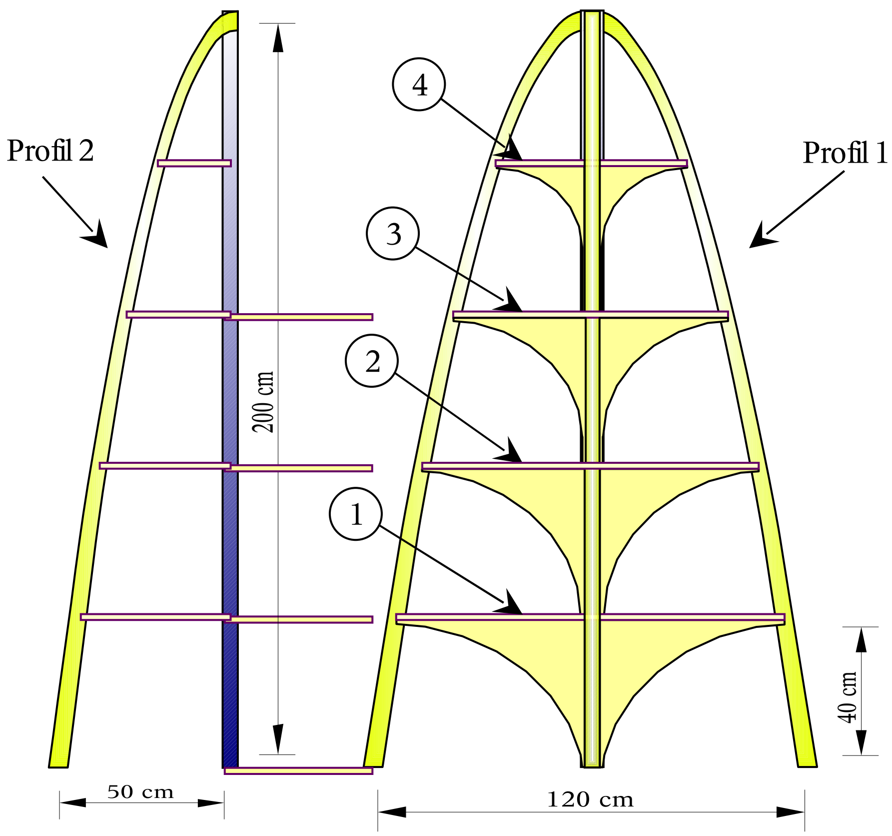
Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante

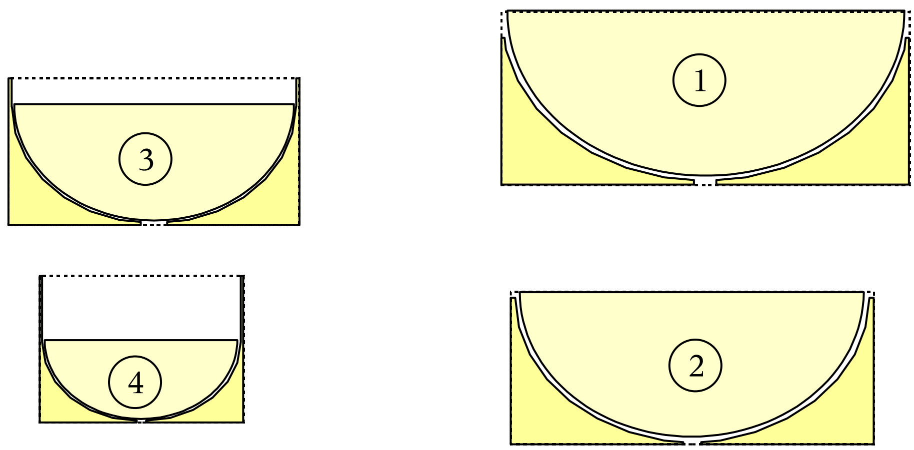
BREVET DES MÉTIERS D'ART
ÉBÉNISTE

Mathématiques et Sciences Appliquées

Session 2006

Un artisan a le projet de réaliser le présentoir suivant, dont on donne la vue de face et la vue de droite, ainsi que le détail des formes des étagères. Il est constitué de deux montants courbes (Profil 1 et Profil 2) et d'un montant droit portant quatre étagères (forme elliptique), également réparties sur la hauteur de l'ensemble. Les parties restantes des coupes des étagères formeront des équerres solidaires du montant vertical.





MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : (13 Points) : l'étude portera sur l'étude du Profil 1

L'objectif de cet exercice est de déterminer le contour des profils et les dimensions des étagères.

On suppose que ce profil peut être celui de la courbe représentant la fonction f définie sur l'intervalle [-60 ; 60] par $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + c}$.

1. En admettant que cette courbe passe au sommet B(0 ; 200) et par le point A(60 ; 0), montrer que l'expression de $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = \dfrac{-1}{18}x^2 + 200$
2. Compléter le tableau de valeurs N°1 situé en annexe 1. Les résultats sont arrondis à l'unité.
3. Représenter cette fonction dans le repère fourni en annexe 1, sur l'intervalle [-60 ; 60].
4. Représenter sur le même repère les droites suivantes :

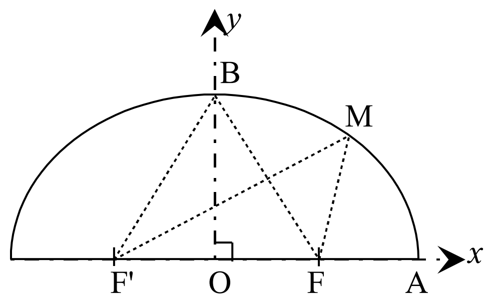
   $D_1 : y = 40$ $D_2 : y = 80$ $D_3 : y = 120$ $D_4 : y = 160$.

   A partir des lectures graphiques, compléter le tableau de valeurs N°2 situé en annexe 2 (Les résultats seront arrondis à 0,5 près).
5. Résoudre l'équation $\dfrac{-1}{18}x^2 + 200 = 40$ sur l'intervalle [-60 ; 60]. Arrondir les résultats au dixième.
6. Calculer l'intégrale suivante, qui nous donne l'aire comprise entre la courbe et l'axe des abscisses : $\mathbf{I} = \int_{-60}^{60} \left(\dfrac{-1}{18}x^2 + 200\right)dx$

EXERCICE 2 : (10 points) : le profil de l'étagère

On désire tracer le profil elliptique par la méthode du jardinier. En partant des rayons de l'ellipse, on détermine ses foyers F et F', puis on place deux pointes en ces points, on trace le profil en gardant une longueur constante (L) de la ficelle passant autour de ces pointes.

L'objectif de l'exercice est de retrouver la position de ces foyers et la longueur de la ficelle.



On note : **OA =** $\boldsymbol{a}$ **; OB =** $\boldsymbol{b}$ **; OF = OF' =** $\boldsymbol{f}$ **; MF + MF' + F'F =** $\boldsymbol{L}$

1. En considérant le point M en A, et que MF + MF' + F'F = L, montrer que : $\mathbf{2a + 2f = L}$.
2. Montrer que **BF =** $\sqrt{f^2 + b^2}$.
3. En considérant le point M en B, et que MF + MF' + F'F = L, montrer que : $2\sqrt{f^2 + b^2} + 2f = L$.
4. En comparant les résultats précédents pour L, montrer que $f = \sqrt{a^2 - b^2}$

<u>**Application numérique**</u> **: Calculer** $\boldsymbol{f}$ **et** $\boldsymbol{L}$ **pour** $\boldsymbol{a}$ **= 52,5 cm et** $\boldsymbol{b}$ **= 43,5 cm.**
(Résultats arrondis à 0,1 près)

EXERCICE 3 (3 points) : estimation des pertes dans les découpes des étagères.

1. On estime les pertes à 1 % dans le cas des tailles des étagères 1 et 2. Elles sont découpées dans des panneaux rectangulaires de 46 par 108 cm d'une part et 40,5 par 96 cm d'autre part. Calculer alors la surface perdue lors de cette coupe.
   (Exprimer le résultat en cm^2 et arrondi à l'unité)
2. L'étagère 3 est coupée dans un panneau rectangulaire de 39 par 77 cm, la perte est estimée à un rectangle de 7 par 75 cm. Calculer le pourcentage de perte.
   (Arrondir le résultat au dixième)

SCIENCES PHYSIQUES

EXERCICE 4 (4 points) : le miroir.

Un adulte désire se voir en entier dans un miroir plan posé sur un mur vertical. Il mesure 1,85 m de hauteur, ses yeux étant à 10 cm du haut de son crâne.

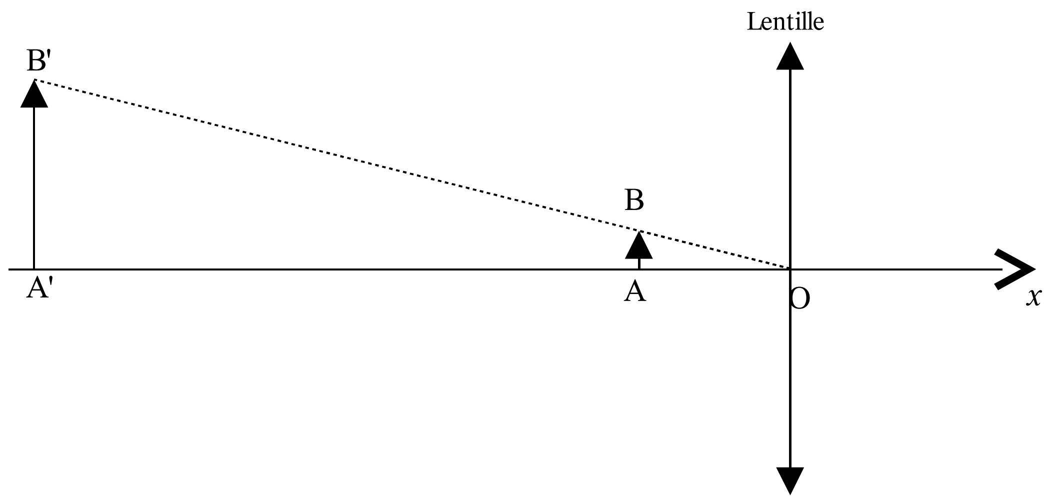
L'objectif de l'exercice est de déterminer la taille minimale du miroir et sa position par rapport au sol. L'adulte est schématisé par le segment vertical [AB], son œil est O.

1. En s'appuyant sur les lois de la réflexion, tracer sur l'annexe 2, l'image A'B' de l'objet AB dans le miroir plaqué sur le mur vertical, puis les rayons incidents et réfléchis qui parviennent à O : [AI] et [IO] d'une part, [BJ] et [JO] d'autre part.
2. Les points d'incidence I et J sur le miroir déterminent la taille du miroir et sa position. En déduire alors la hauteur minimale IJ du miroir ainsi que sa distance HJ depuis le sol.

EXERCICE 5 (5 points) : la loupe

En marqueterie, pour améliorer la précision, on décide d'ajouter une loupe au dessus du plan de travail. L'objet à contrôler sera situé à 25 cm du centre optique de la loupe. On veut obtenir un agrandissement de 5 quand on observe son travail à travers la loupe.

O désigne le centre optique de cette lentille convergente, F' son foyer principal image, A la position de l'objet sur l'axe principal, A' la position de l'image correspondante. [O*x*) est un axe orienté.



1. En utilisant le formulaire, calculer la distance image centre optique (OA') puis la distance focale OF' de cette lentille.
2. Donner la nature de l'image observée dans ce cas d'utilisation de la loupe, justifier votre réponse.

EXERCICE 6 (5 points) : l'éclairage du poste de travail.

Afin de travailler dans de bonnes conditions le poste de travail est éclairé par une lampe. Initialement on utilise une lampe de 60 W sous 230 V en alternatif, on décide de la remplacer par une ampoule à faible consommation d'énergie et produisant le même éclairement. Celle-ci ne consomme alors que 20 W sous 230 V. Sa durée de vie annoncée est de 8000 h contre 2000 h pour la précédente. Cette lampe coûte 4,75 € alors que l'autre valait 0,5 €.

1. Calculer l'économie d'énergie (en kWh) réalisée sur un fonctionnement de 2000 h.
2. En déduire l'économie réalisée en euros si le kilowattheure est facturé 0,0825 €.
3. L'opération est-elle plus économique pour cette durée de fonctionnement ? Justifier la réponse.
4. Calculer l'économie réalisée sur 8000 h de fonctionnement (une lampe à faible consommation aurait remplacé quatre lampes ordinaires).

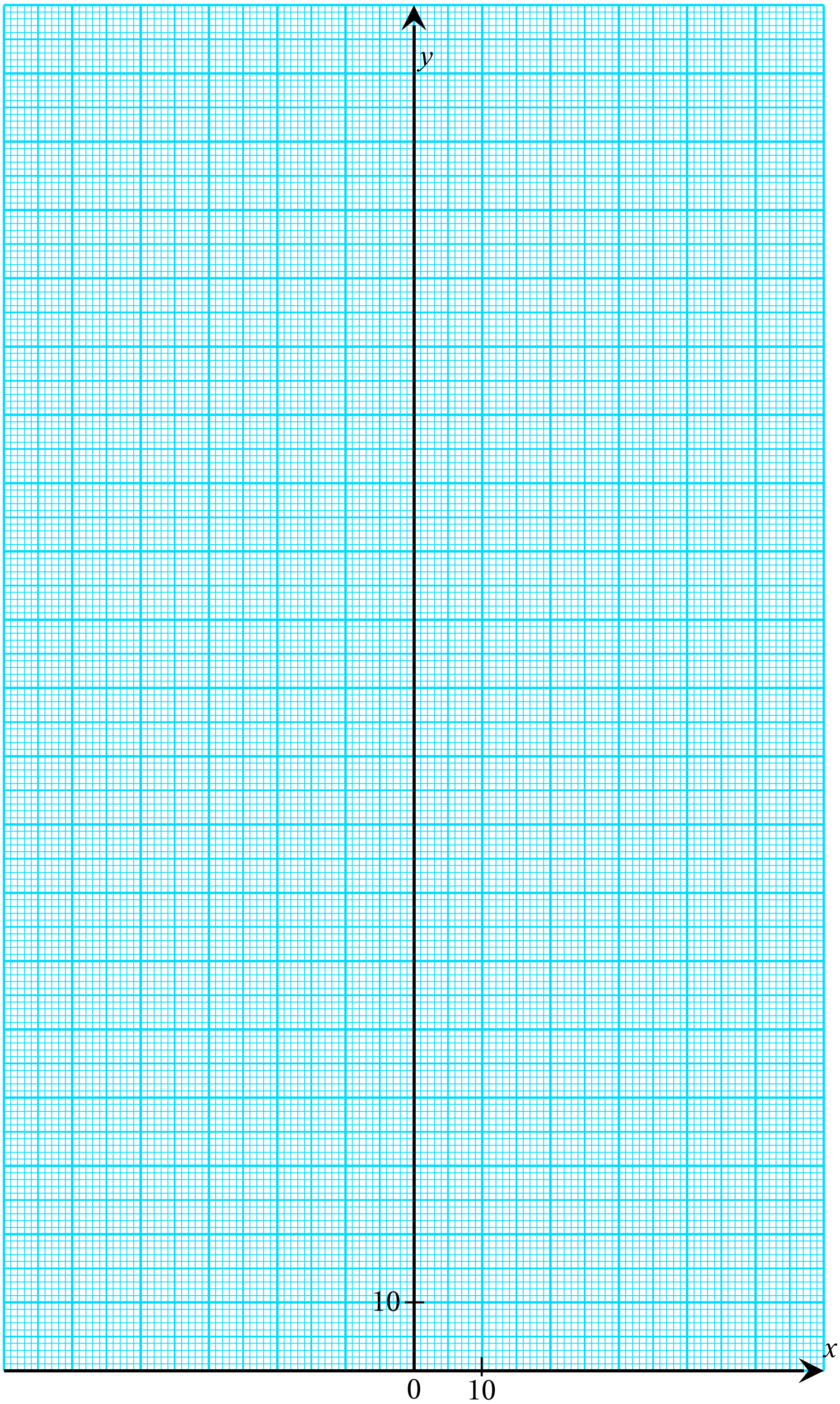
Annexe 1 : (à rendre avec la copie)

Mathématiques Exercice 1 Question 2

Tableau de valeurs N°1

x	0	10	20	30	40	50	60
$f(x)$	200						0

Mathématiques Exercice 1 Question 3



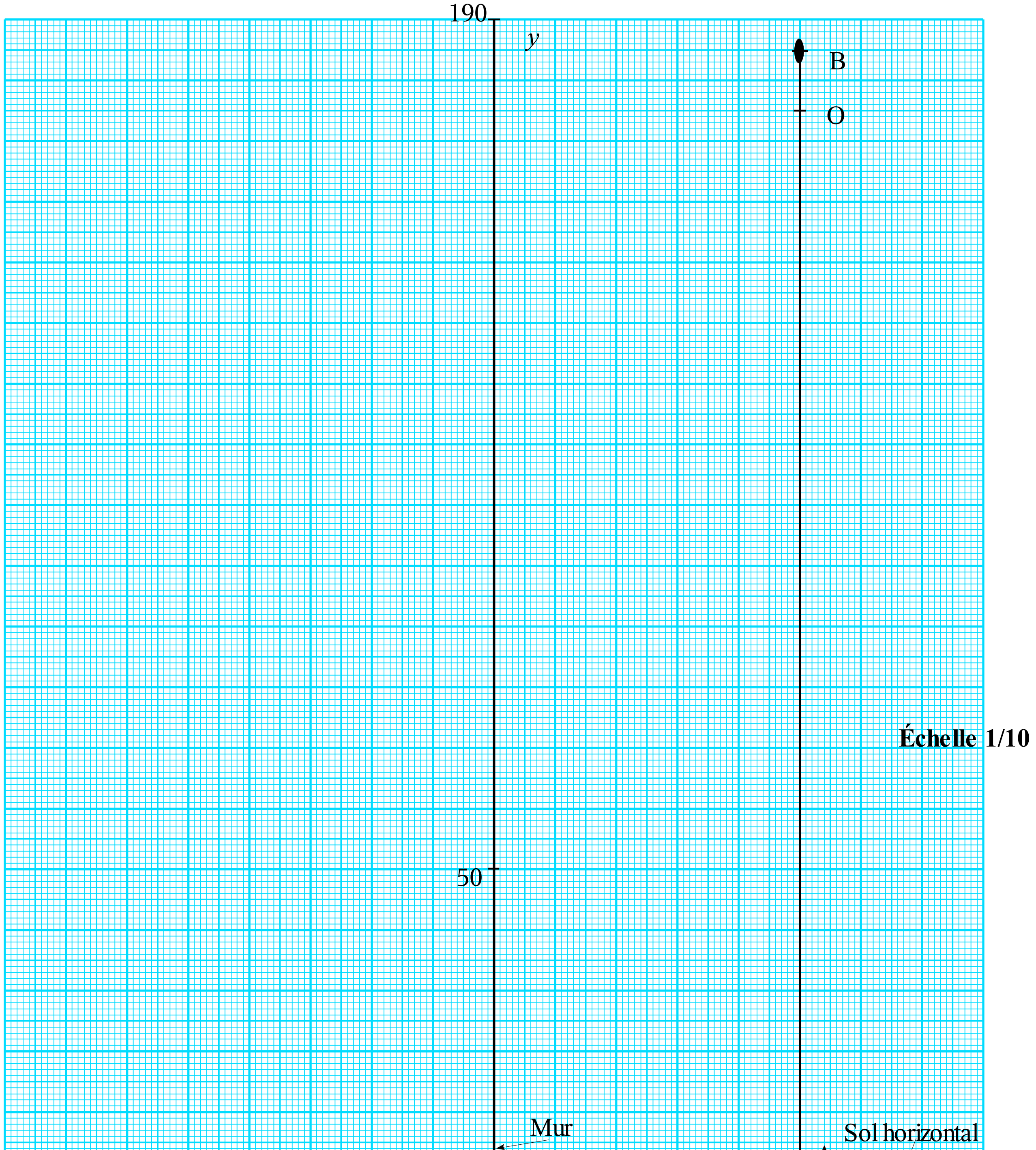
Annexe 2 : (à rendre avec la copie)

Mathématiques Exercice 1 Question 4

Tableau des valeurs N°2

x				
$f(x)$	40	80	120	160

Sciences physiques Exercice 4 Question 1



FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(a^n) = n \ln(a)$

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln(a / b) = \ln(a) - \ln(b)$

Equation du second degré :
$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

-Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

-Si $\Delta = 0$, une solution double :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

-Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle :

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r ;

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1) r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_n)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q ;

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{(n-1)}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$; $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{v}'$

Relations métriques dans le triangle rectangle

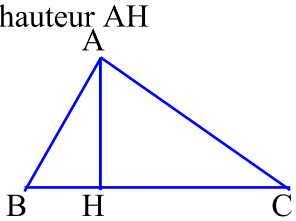
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



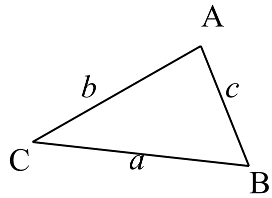
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle quelconque

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



Aires dans le plan

<u>Triangle</u> : $\frac{ab}{2} \sin \hat{C}$

<u>Trapèze</u> : $\frac{1}{2}(B + b)h$ $\qquad$ <u>Disque</u> : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

<u>Cylindre</u> de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : $\qquad$ Volume = $B\,h$

<u>Sphère</u> de rayon R :

Aire = $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume = $\frac{4}{3}\pi \; R^3$

OPTIQUE

Lois de DESCARTES

Loi de la réflexion : $i = r$

Loi de la réfraction : $n_1 \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$

Grandissement : $g = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

ELECTRICITE

$$E = P \times t$$