Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante

BREVET DES MÉTIERS D'ART
ÉBÉNISTE

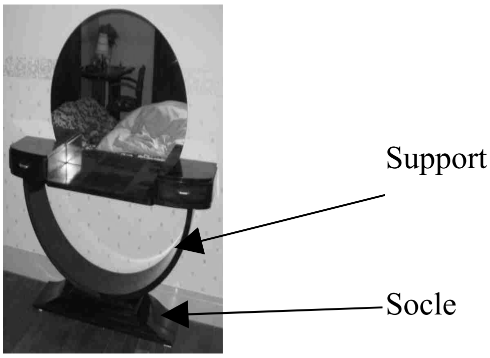
Mathématiques et Sciences Appliquées

Session 2005

<u>Partie Mathématiques</u> (29 points)

Problème (22 points)

Dans ce qui suit, on s'intéresse à une coiffeuse , dont la photo est ci-dessous



Les 3 parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

<u>Partie A</u>

On veut représenter le support de cette coiffeuse sur le graphique de l'annexe 1

On s'intéresse à la partie parabolique de la coiffeuse dont le contour peut être donné par la fonction f définie par $f(x) = \mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$.

On considère pour échelle : 1 unité représente 1dm.

1) Sachant que la courbe représentative de la fonction f passe par les points M(0 ; 7), N(4 ; 2) et P(8 ; 7), trouver les coefficients a, b et c, en déduire l'expression de $f(x)$
2) Dans la suite, on considère la fonction f définie sur l'intervalle [-2 ; 10] par :

$$f(x) = 0{,}3125\ x^2 - 2{,}5\ x + 7.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(x)$. Étudier son signe et établir le tableau de variation de la fonction f.

3) Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 2 et représenter graphiquement la fonction f sur l'annexe 1
4) Le plateau supérieur est situé à une hauteur de 9 dm par rapport au socle (pour simplifier on le représentera par un segment de droite correspondant à la représentation de la fonction $g(x) = 9$ définie sur l'intervalle [-2 ;10]).

   Tracer ce segment de droite sur l'annexe 1, pour x compris entre -2 et 10.

   Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection entre les courbes représentatives des fonctions f et g.
5) Vérifier par le calcul les abscisses de ces points en résolvant l'équation :

$$0{,}3125\ x^2 - 2{,}5\ x + 7 = 9$$

   Les solutions de cette équation seront arrondies au centième.

Partie B

On veut déterminer un angle au niveau du socle.

Soient les points A(-2 ; 0) , B(0 ;1) , C(1 ; 1) et D(2 ; 3,25)

1) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CD}$

2) Calculer le produit scalaire de ces 2 vecteurs : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CD}$

3) Exprimer d'une autre manière ce produit scalaire en fonction de l'angle formé par les deux vecteurs ($\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{CD}$).

4) En déduire la mesure de l'angle ($\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{CD}$). Exprimer le résultat en degré arrondi à l'unité.

Partie C

Le but de l'exercice est de déterminer l'aire de la partie verticale du socle en contact avec le support.

1) Sur l'annexe 1, tracer le segment [DE].
   Calculer l'aire du polygone ABCDE.
2) Calculer l'intégrale définie par $\int_2^6 (0,3125\,x^2 - 2,25\,x + 7)\,dx$.
   Exprimer le résultat arrondi au centième.
3) En déduire l'aire de la surface du socle en dm² arrondie au dixième.

Exercice (7 points)

Le prix de vente de chaises augmente de 3 % à la fin de chaque année.

1) Sachant qu'à sa création le prix de vente d'une chaise P_1 est égal à 120 €, déterminer son prix de vente P_2 de la deuxième année.
2) En déduire le coefficient multiplicateur permettant de calculer directement le prix de vente d'une année par rapport au prix de vente de l'année précédente.
3) Exprimer et calculer les prix de vente P_3 et P_4 de cette chaise, la 3ème et 4ème année.
4) Exprimer en fonction de P_1, le prix de vente P_n des chaises la $n^{\text{ième}}$ année.
   Calculer P_n pour n = 10
5) En supposant qu'il est vendu 30 chaises par an, calculer le chiffre d'affaires sur les 10 premières années.

<u>Partie Sciences Appliquées</u> (11 points)

Exercice 1

Un artisan utilise une loupe de vergence de 20 dioptries pour des travaux de minutie.

(on utilisera l'échelle 1)

1) Représenter sur l'annexe 3 ses foyers F et F'
2) On place perpendiculairement à l'axe optique, un objet de hauteur AB = 2 cm , A étant sur l'axe, à 3 cm du centre optique. Placer AB et construire l'image $A'B'$ de AB et relever sa hauteur et sa distance au centre optique.
3) Retrouver par le calcul ces résultats (hauteur et distance par rapport au centre optique)

Exercice 2

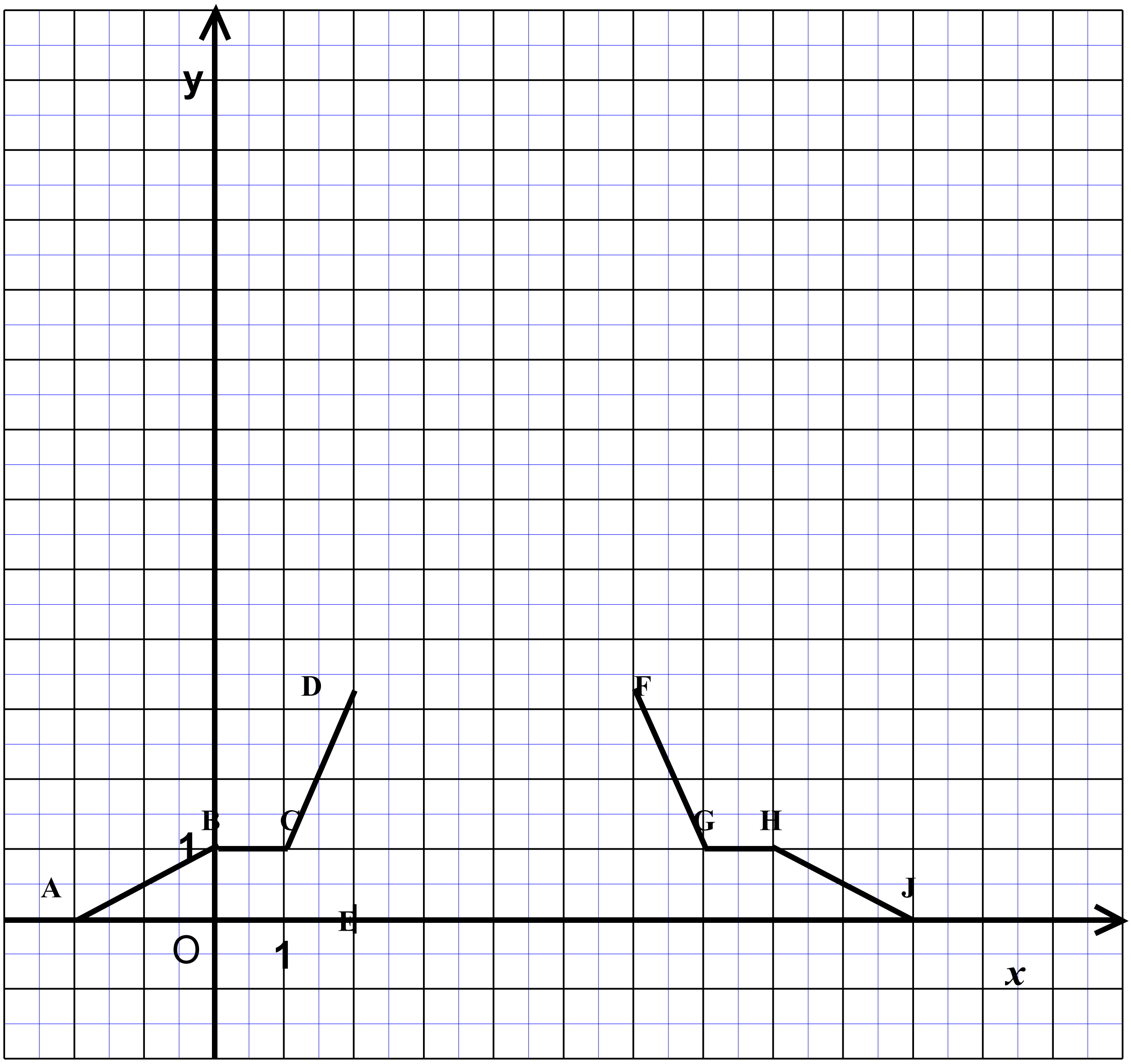
Une batterie d'accumulateurs comprend en série 12 éléments ayant chacun une force électromotrice de 1,3 V et une résistance interne de 0,05 Ω.

On branche sur cette batterie deux résistances en dérivations R_1 et R_2

respectivement de 14 Ω et de 21 Ω.

1) Calculer la force électromotrice E et la résistance interne r de la batterie.
2) Calculer la résistance équivalente au groupement des 2 résistances R_1 et R_2.
3) Calculer l'intensité du courant délivré par la batterie.
4) En prenant comme intensité du courant délivrée par la batterie I = 1,73 A
   a) Calculer l'intensité du courant traversant chaque résistance ;
   b) Calculer la puissance perdue par effet joule dans la batterie.

<u>ANNEXE 1</u> (à rendre avec la copie)



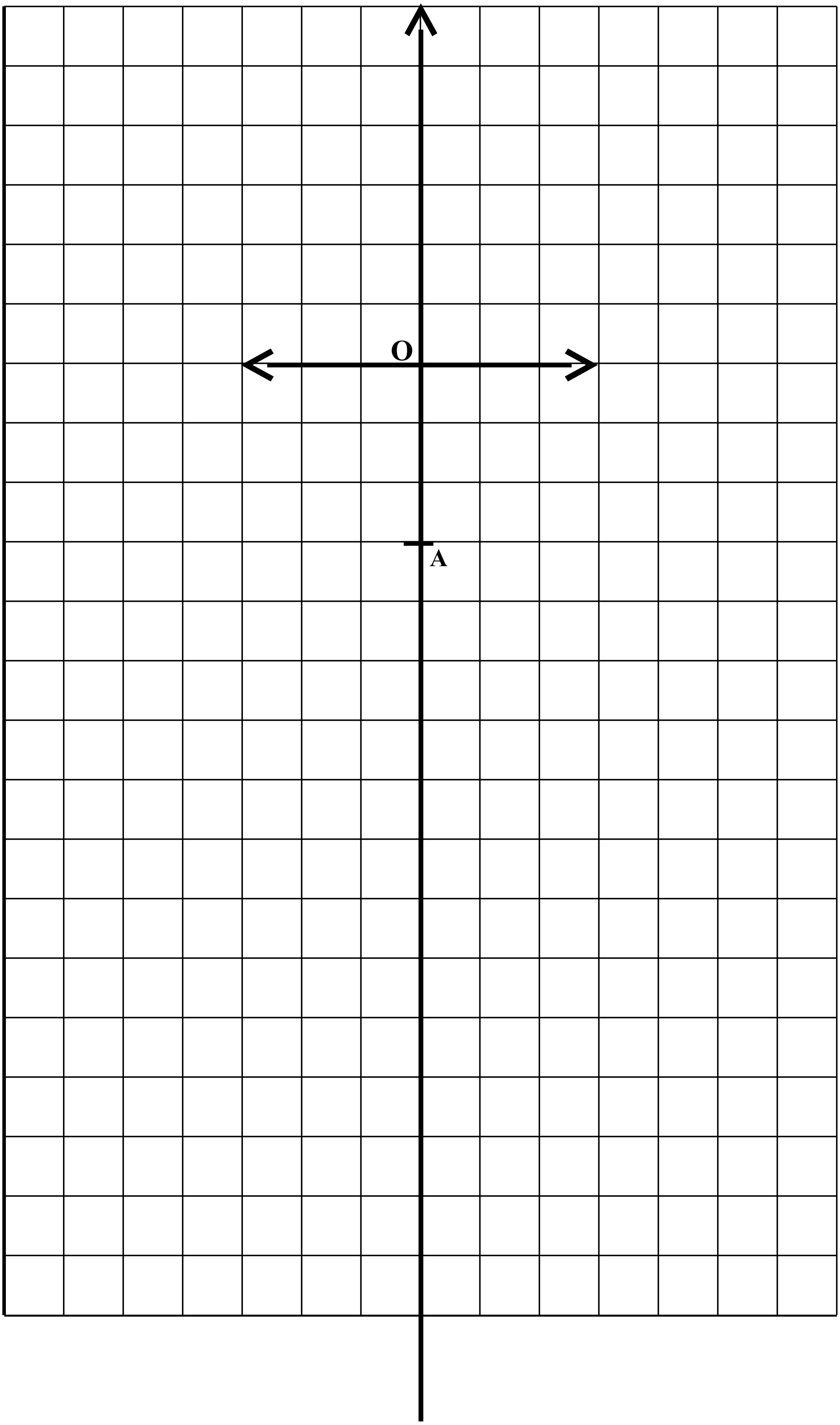
Echelle : 1 unité représente 1 dm.

<u>ANNEXE 2</u> (A rendre avec la copie)

Tableau de valeurs :

x	-1	1	2	3	5	6	7	9
$f(x)$								

ANNEXE 3 **(A rendre avec la copie)**



FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{-1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(a^n) = n \ln(a)$

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln(a / b) = \ln(a) - \ln(b)$

Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$, une solution double :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle **:**

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r ;

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)\, r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_n)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q ;

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{(n-1)}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}') \text{ ; } \vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{v}'$$

-

Relations métriques dans le triangle rectangle

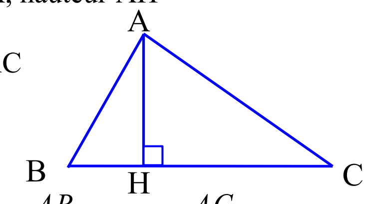
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



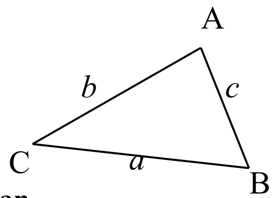
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle quelconque.

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



Aires dans le plan

<u>Triangle</u> : $\dfrac{ab}{2} \sin \hat{C}$

<u>Trapèze</u> : $\dfrac{1}{2}(B + b)h$ $\qquad$ <u>Disque</u> : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

<u>Cylindre</u> de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : $\qquad$ Volume = $B\,h$

<u>Sphère</u> de rayon R :

Aire $= 4\pi R^2$ $\qquad$ Volume $= \dfrac{4}{3}\pi R^3$

Optique

Lois de DESCARTES

Loi de la réflexion : $i = r$

Loi de la réfraction : $n_1 \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Formule de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$

Grandissement : $g = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Électricité :

$E = P\,1\,t$

$U = E - rI$

$P = rI^2$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$