Le meuble ci-dessous est présenté lors du dernier salon de la création. Il est constitué d'un cylindre plein reposant sur une base parabolique.

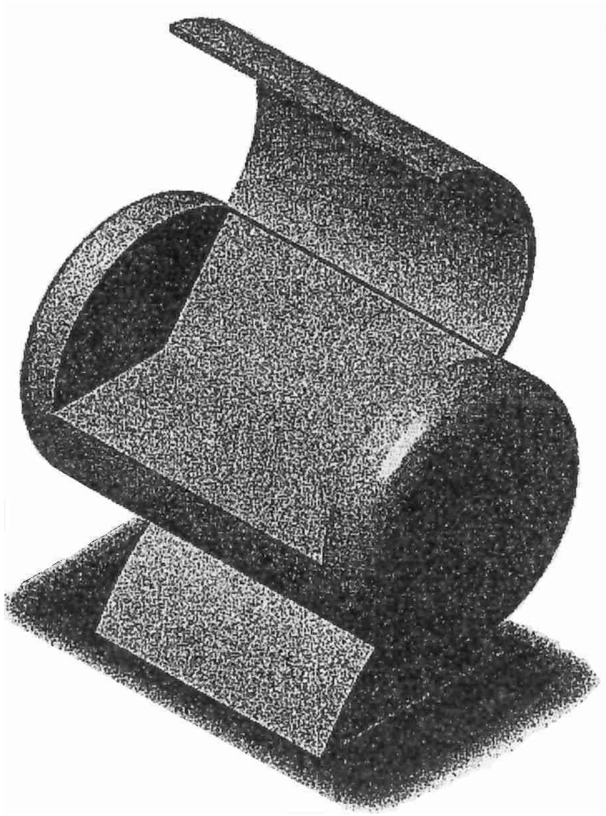


Figure 1

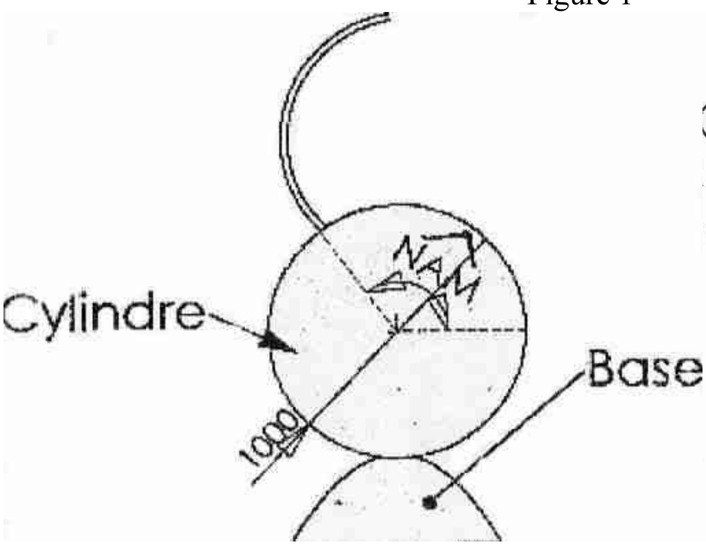


Figure 2

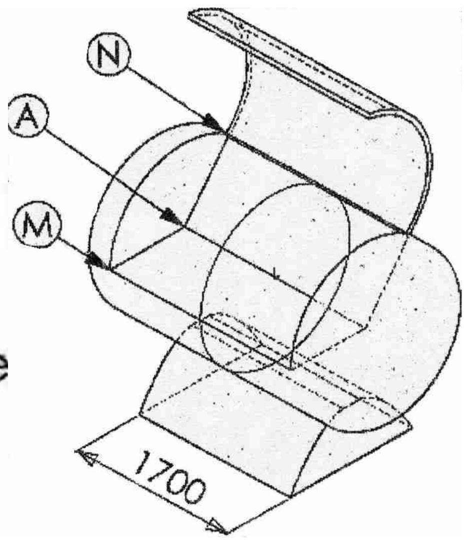


Figure 3

MATHEMATIQUES

<u>PROBLÈME 1</u> : L'étude portera sur la vue de côté du meuble

EXERCICE 1 : (7 Points)

Soit un cercle C d'équation $\boldsymbol{(x-4)^2+(y-9)^2=25}$

1. A l'aide du formulaire ci-joint, donner les coordonnées du point A, centre du cercle ainsi que la valeur du rayon.

   Tracer ce cercle dans le plan rapporté au repère orthonormal (Ox ; Oy) de l'annexe 1 à rendre avec la copie.

2. Soit la droite Δ d'équation : $\boldsymbol{y = 0{,}5\,x + 9{,}5}$
   Tracer cette droite dans le même repère de l'annexe 1.

3. La droite Δ coupe le cercle en deux points distincts M et N.

   a) Placer ces deux points et donner leur coordonnées sachant que $x_M < x_N$.

   b) En remplaçant y par $\boldsymbol{0{,}5\,x + 9{,}5}$ dans l'équation du cercle , montrer que, après simplification, les abscisses des points M et N sont obtenues en résolvant l'équation :

   $$\boldsymbol{1{,}25\,x^2 - 7{,}5\,x - 8{,}75 = 0}$$

   c) Résoudre l'équation $\boldsymbol{1{,}25\,x^2 - 7{,}5\,x - 8{,}75 = 0}$ et en déduire les abscisses respectives des points M et N sachant que $x_M < x_N$.

   d) Calculer les ordonnées respectives des points M et N, puis donner les coordonnées de ces deux points.

EXERCICE 2 : (7 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 8] telle que $f(x) = \boldsymbol{-\,0{,}25\,x^2 + 2\,x}$

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(x)$.
2. Compléter le tableau de variation ainsi que le tableau de valeurs de cette fonction sur l'annexe 1 à rendre avec la copie
3. Tracer la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 8] dans le plan rapporté au repère orthonormal d'unité graphique 1 cm sur l'annexe 1.
4. Calculer l'intégrale arrondie au dixième :

   $$\int_0^8 (-\,0{,}25x^2 + 2x).dx$$

   En déduire l'aire, arrondie au cm², de la partie du plan comprise entre la courbe de la fonction f, sur l'intervalle [0 ; 8] et l'axe des abscisses.

EXERCICE 3 (6 points)

Soient les points $A(4\ ;\ 9)$, $M(-1\ ;\ 9)$ et $N(7\ ;\ 13)$.

1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ ainsi que les normes de ces vecteurs.
2. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$.
3. En déduire l'angle $\widehat{NAM}$. Arrondir le résultat au degré.
4. Calculer l'aire, arrondie au cm^2, du secteur circulaire d'arc $\overset{\frown}{NM}$.

<u>PROBLÈME 2 :</u> (10 points)

Une entreprise propose de fabriquer le meuble exposé au salon selon deux modèles différents :

- le modèle Girafe
- le modèle Éléphant

Le modèle Girafe nécessite 5 heures de travail et 30 dm^3 de bois.

Le modèle Éléphant nécessite 4 heures de travail et 40 dm^3 de bois.

L'entreprise dispose quotidiennement de 400 dm^3 maximum et d'une potentialité de travail égale à 48 heures maximum.

On désigne par x et y les nombres respectifs de meubles Girafe et Éléphant fabriqués.

1. Écrire les inéquations correspondant aux contraintes de cette entreprise.
2. Résoudre graphiquement le système de deux équations à deux inconnues ci-dessous en utilisant le plan rapporté au repère orthonormal de l'annexe 2 à rendre avec la copie.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 48 \\ 3x + 4y = 40 \end{cases}$$

3. Si l'entreprise utilise 48 heures et 400 dm^3, combien de meubles de chaque sorte peut-elle fabriquer ?
4. a. Placer les points A(1 ; 10), B(10 ; 2) et C(6 ; 4).

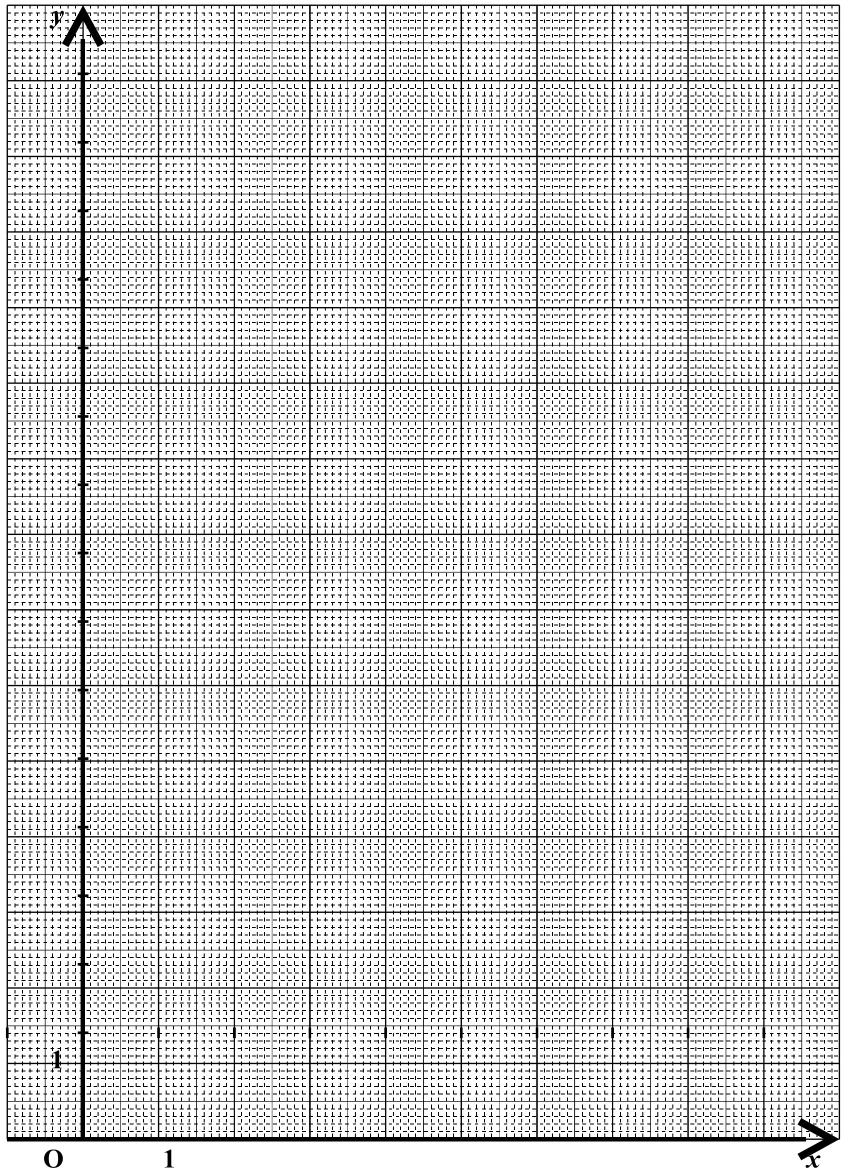
   b. L'entreprise peut-elle fabriquer :

   - 1 meuble Girafe et 10 meubles Éléphant ?
   - 10 meubles Girafe et 2 meubles Éléphant ?
   - 6 meubles Girafe et 4 meubles Éléphant ?

   Justifier chaque réponse.

   Dans le cas d'une réponse négative, nommer la contrainte qui n'est pas respectée.

Annexe 1 : (à rendre avec la copie)



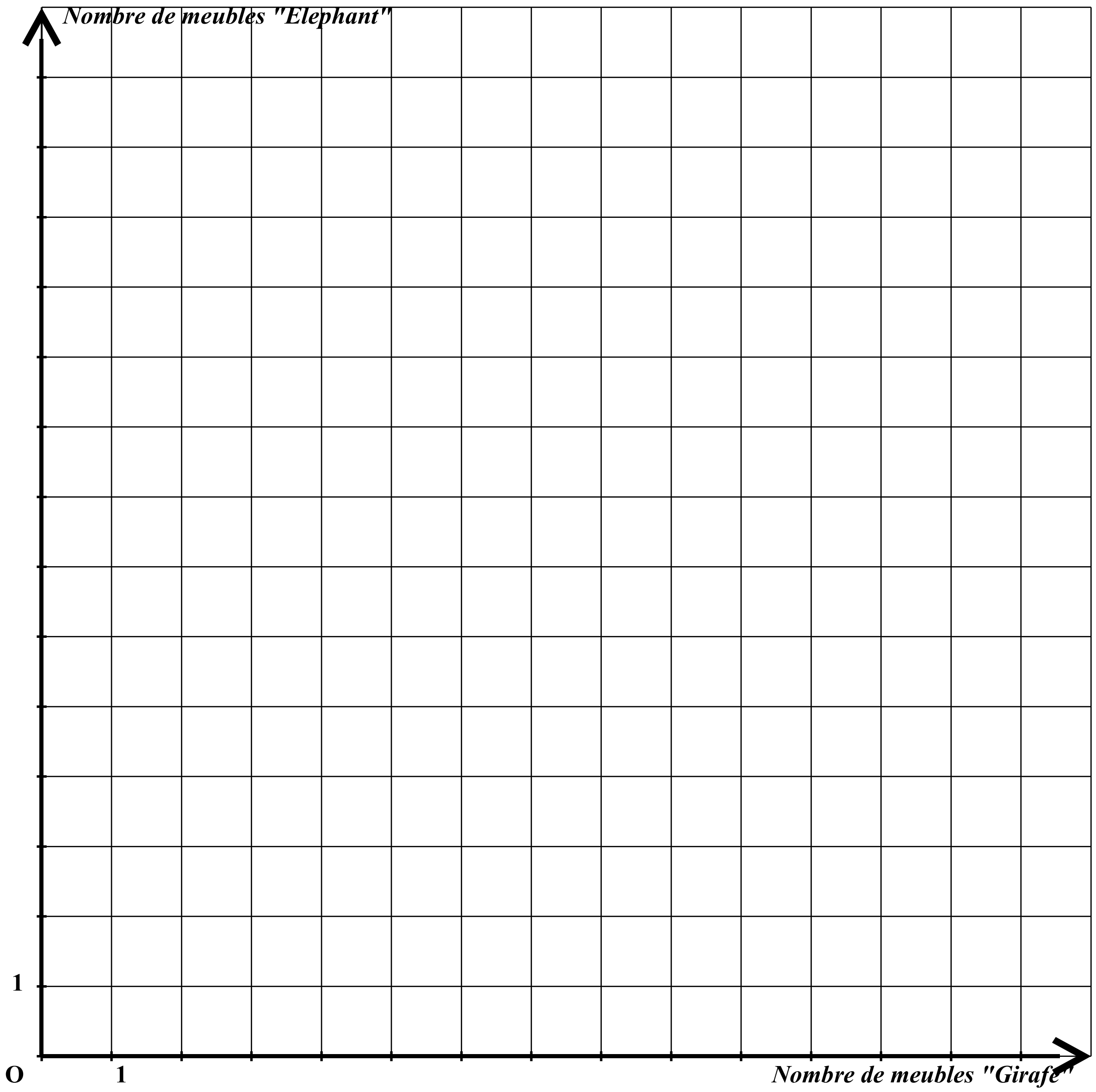
Exercice 2 : Tableau de variation de la fonction *f*

x	0 …… 8
$f'(x)$	
$f(x)$	

Tableau des valeurs de la fonction *f*

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x) = -0{,}25\,x^2 + 2\,x$			3					1,75	0

Annexe 2 : (à rendre avec la copie)


Nombre de meubles "Elephant"
1
O
1
Nombre de meubles "Girafe"

SCIENCES PHYSIQUES

PROBLÈME 3 :

Exercice 1 : Fiche technique d'une ponceuse (4 points)

La fiche technique d'une ponceuse à disque comporte les indications suivantes :

Vitesse à vide : 6000 tr / min à 13 500 tr / min U = 230 V F = 50 Hz Diamètre du disque 125 mm Puissance : 500 W

Les résultats obtenus seront arrondis à l'unité.

1. Calculer la vitesse angulaire ω maximale à vide atteinte par le disque.
2. Dans le cas de la vitesse maximale :
   a) Calculer la vitesse linéaire V_A en m / s d'un point A du disque situé à 6,25 cm de l'axe.
   b) Calculer la vitesse linéaire V_B en m / s d'un point B du disque situé à 1,5 cm de l'axe.
3. Sachant que l'abrasion des surfaces de contact augmente avec la vitesse linéaire, indiquer quel est le point A ou B où l'abrasion est la plus importante.
4. Quel est l'intérêt d'utiliser une ponceuse à bande ?

Données : Vitesse angulaire en rad / s : $\boldsymbol{\omega = 2\,\pi\,N}$ où N est la fréquence de rotation en tr / s
Vitesse linéaire en m / s : $\boldsymbol{V = R\,\omega}$ où R est le rayon en m

Exercice 2 : (6 points)

Une alarme de voiture émet un son d'intensité sonore $I = 10^{-3}$ W / m^2.

Les résultats obtenus seront arrondis à l'unité.

1. A l'aide du formulaire ci-joint, calculer le niveau d'intensité acoustique L en de cette alarme.
2. Sachant que les intensités sonores s'ajoutent, calculer le niveau d'intensité acoustique si quatre alarmes identiques de voiture se mettent en route en même temps.
3. Parmi les sons suivants dont on a mesuré les fréquences des vibrations, quel est le son grave, le son aigu et l'ultrason (voir **document 1** ci-dessous)

   Corde de guitare : 110 Hz
   Chauve souris : 120 kHz
   Sifflet d'arbitre : 2 800 Hz

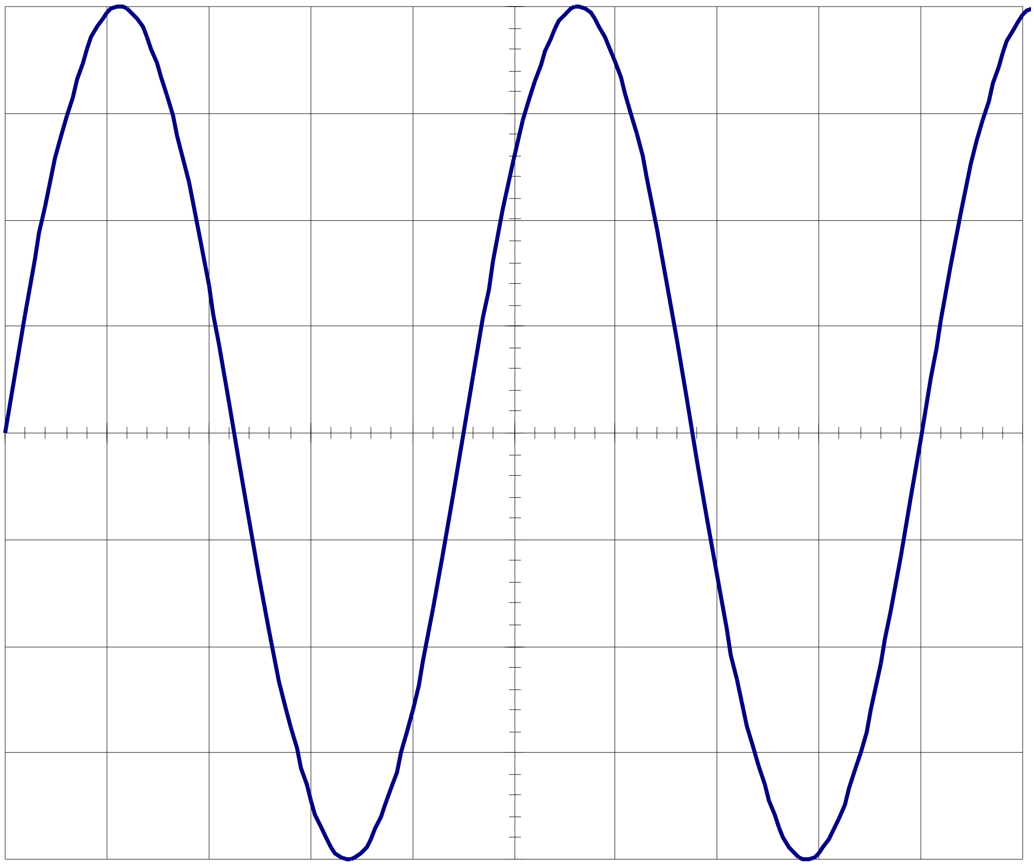
document 1 : gamme de fréquences en hertz

graves médium aigus ultrasons

30 300 1250 16000

4. La figure ci-dessous représente l'oscillogramme d'un son émis par un diapason. Calculer sa période ***T*** et sa fréquence ***f***

Echelle du temps : 0,5 ms par division



FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$ $au(x)$	$u'(x) + v'(x)$ $au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(a^n) = n \ln(a)$

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln(a / b) = \ln(a) - \ln(b)$

Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution double :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle :

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r ;

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1) r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_n)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q ;

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{(n-1)}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}') \; ; \; \vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{v}'$$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$; Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

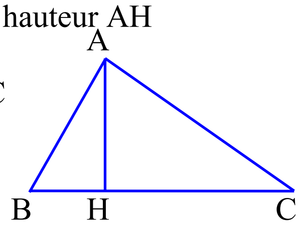
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



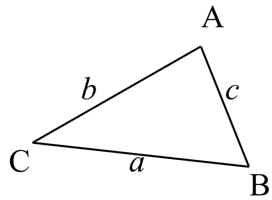
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle quelconque

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



Aires dans le plan

Triangle : $\frac{ab}{2} \sin \hat{C}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$ $\qquad$ Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : $\qquad$ Volume = $B\,h$

Sphère de rayon R :

Aire = $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume = $\frac{4}{3}\pi R^3$

Equation du cercle

Un cercle de centre $A(x_A ; y_A)$ et de rayon R a pour équation : $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$

Ondes sonores

Niveau d'intensité sonore

$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$ avec $I_0 = 10^{-12}$ W / m^2

Fréquence $f = \frac{1}{T}$