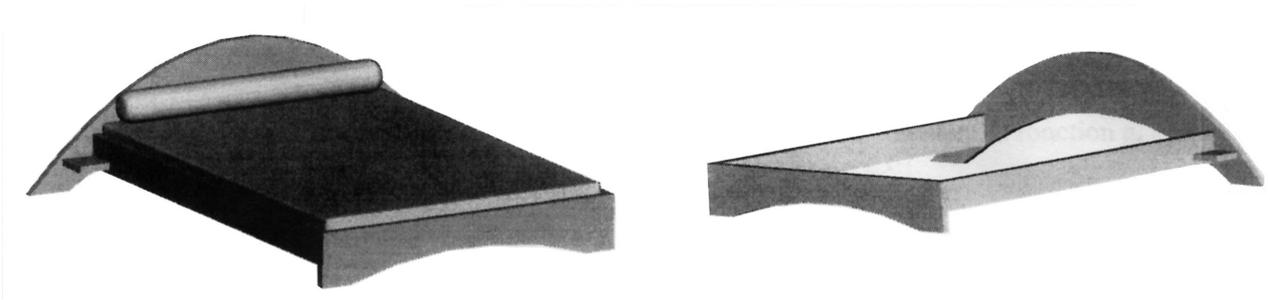


MATHEMATIQUES : 20 points

Un client souhaite faire fabriquer un lit dont il fournit le modèle et le plan.



L'étude porte uniquement sur la tête de lit

Cette tête de lit peut être représentée par deux arcs de parabole.

Le cahier des charges indique : masse inférieure ou égale à 12 kg ; épaisseur finie : 30 mm.

Pour l'ensemble du problème, les longueurs sont données en mètres, à 1 mm près.

Les questions 1, 2, 3, 4 sont indépendantes.

1. Déterminer les coefficients a , b et c de la parabole d'équation : $y = ax^2 + bx + c$, passant par les points : A(0 ; 0,6) ; B(-1,05 ; 0) et C(1,05 ; 0).

Les nombres a , b et c seront arrondis à 0,001.

2. On admet pour la suite du problème que la tête de lit peut être représentée par les fonctions :

$$f(x) = -0,544x^2 + 0,6 \text{ définie sur l'intervalle } [-1,05 ; 1,05] \text{ (haut de la tête de lit)}$$

$$g(x) = -0,415x^2 + 0,3 \text{ définie sur l'intervalle } [-0,85 ; 0,85] \text{ (bas de la tête de lit)}$$

Rappel : les dimensions sont en mètres.

2.1.

- a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Déterminer $f'(x)$.
- b) Déterminer x_0 , solution de l'équation $f'(x) = 0$.
- c) Que peut-on en déduire pour la tangente à la courbe au point de coordonnées $(x_0 ; f(x_0))$?
Déterminer une équation de cette droite.
- d) Etudier le signe de la dérivée $f'(x)$ et compléter le tableau de variation de la fonction f donné en **annexe 1 (page 3/8)**.

Toutes Académies	BREVET DES METIERS D'ART « EBENISTE »		Session 2003
	C – 3 Mathématiques et Sciences Appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3 heures	Feuille 1 / 8

2.2.

- a) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f donné en **annexe 1 (page 3/8)**. Les résultats seront arrondis à 0,001.
- b) Tracer dans le plan rapporté au repère orthonormal $(Ox ; Oy)$ fourni en **annexe 1 (page 3/8)**, la courbe C_f représentant la fonction f , en se limitant à l'intervalle $[0 ; 1,05]$.
(Sur chaque axe **1 cm représente 0,1 m**).
- c) Tracer ensuite la tangente à C_f dont une équation a été déterminée à la question **2.1.c**.

2.3. En utilisant la courbe C_g , en **annexe 1 (page 3/8)**, représentant la fonction g , compléter le tableau de valeurs de la fonction g , en donnant les résultats à 0,01.

3. Le but de cette question est de déterminer l'aire de la tête de lit. Pour cela :

3.1.

a) Déterminer une primitive F de la fonction f .

b) Calculer : $I = \int_0^{1,05} f(x).dx$

Arrondir le résultat à 0,0001.

L'aire de la partie comprise entre la courbe C_f , sur l'intervalle $[-1,05 ; 1,05]$ et l'axe des abscisses est $A_1 = 2 I$

Calculer cette aire. Exprimer le résultat en m^2 arrondi à 0,0001.

3.2. L'aire comprise entre la courbe C_g , sur l'intervalle $[-0,85 ; 0,85]$ et l'axe des abscisses, calculée en utilisant l'intégrale de la fonction g , a pour valeur $A_2 = 0,3400 m^2$. Déterminer l'aire A de la tête de lit. Exprimer le résultat en m^2 arrondi à 0,0001.

4. Le but de cette question est de déterminer si la condition concernant la masse est respectée.

4.1. Calculer

- a) Le volume de la tête de lit (rappel : épaisseur 30 mm) ; en admettant que l'aire est de $0,5000 m^2$. Exprimer le résultat en m^3 arrondi à 0,001
- b) La masse de cette tête de lit sachant que le bois utilisé a une masse volumique de $780 kg/m^3$.

4.2. Le cahier des charges est-il respecté ? Justifier la réponse.

Annexe 1 : (à rendre avec la copie)

Tableau de variation de la fonction f

x	-1,05	1,05
$f'(x)$		
$f(x)$		

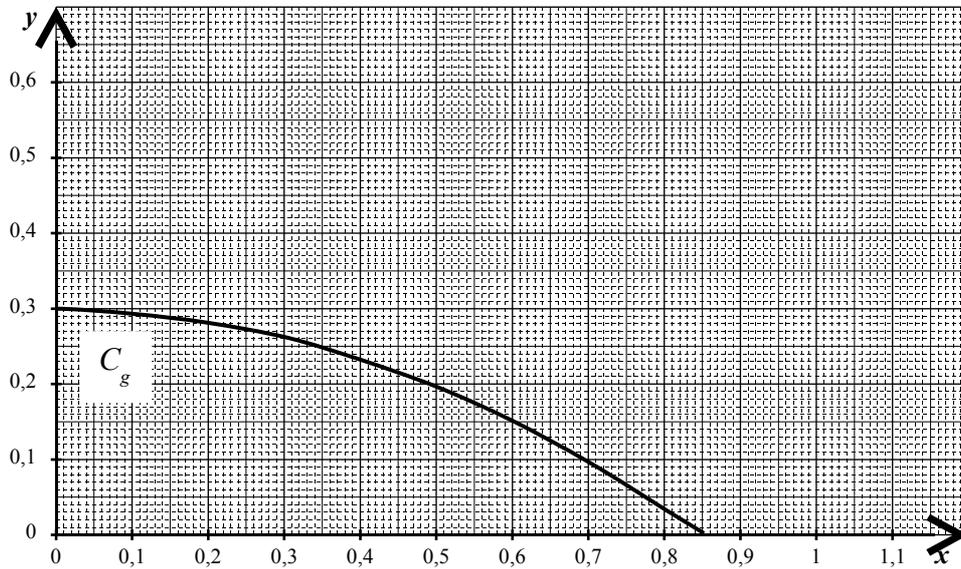
Tableau de valeurs de la fonction f

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,05
$f(x)$							

Tableau de valeurs de la fonction g

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,85
$g(x)$						

Représentation graphique



SCIENCES PHYSIQUES : 20 points

Exercice 1 (12 points)

Une personne regarde un aquarium. Les parties A et B proposent deux cas ; les calculs et les constructions permettront de savoir si l'observateur peut observer le poisson dans chacun des cas.

Les constructions seront réalisées en annexe 2 (page 5/8), à rendre avec la copie.

Partie A.

Construction du trajet d'un rayon lumineux issu de P (P représente un poisson situé près du fond de l'aquarium), frappant la paroi de l'aquarium en I, avec un angle d'incidence de 30° .

Pour cela, en appliquant la loi de Descartes :

1. Calculer l'angle de réfraction i_2 dans le verre. Construire le trajet correspondant IJ, dans le verre.
2. Calculer l'angle d'incidence i_3 , en J, dans le verre. Vérifier qu'il est inférieur à l'angle limite.
3. Calculer l'angle de réfraction i_4 dans l'air. Construire le trajet correspondant issu de J dans l'air.
4. L'observateur peut-il apercevoir le poisson P ?

Partie B.

Construction du trajet d'un rayon lumineux issu de P' (P' représente un poisson situé près du fond de l'aquarium), frappant la paroi de l'aquarium en I', avec un angle d'incidence de 60° .

1. Calculer l'angle de réfraction i'_2 dans le verre. Construire le trajet correspondant I'J', dans le verre.
2. Quel phénomène se produit en J' ? Justifier
3. Construire le trajet du rayon lumineux à partir de J' (la construction sera limitée à un seul rayon : dans le verre).
4. L'observateur peut-il apercevoir le poisson P' ?

Formulaire de Sciences Physiques

Loi de la réflexion : L'angle d'incidence i et l'angle de réflexion r sont dans le plan d'incidence et

$$i = r$$

Loi de la réfraction : L'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 sont dans le plan d'incidence et

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Pour cet exercice :

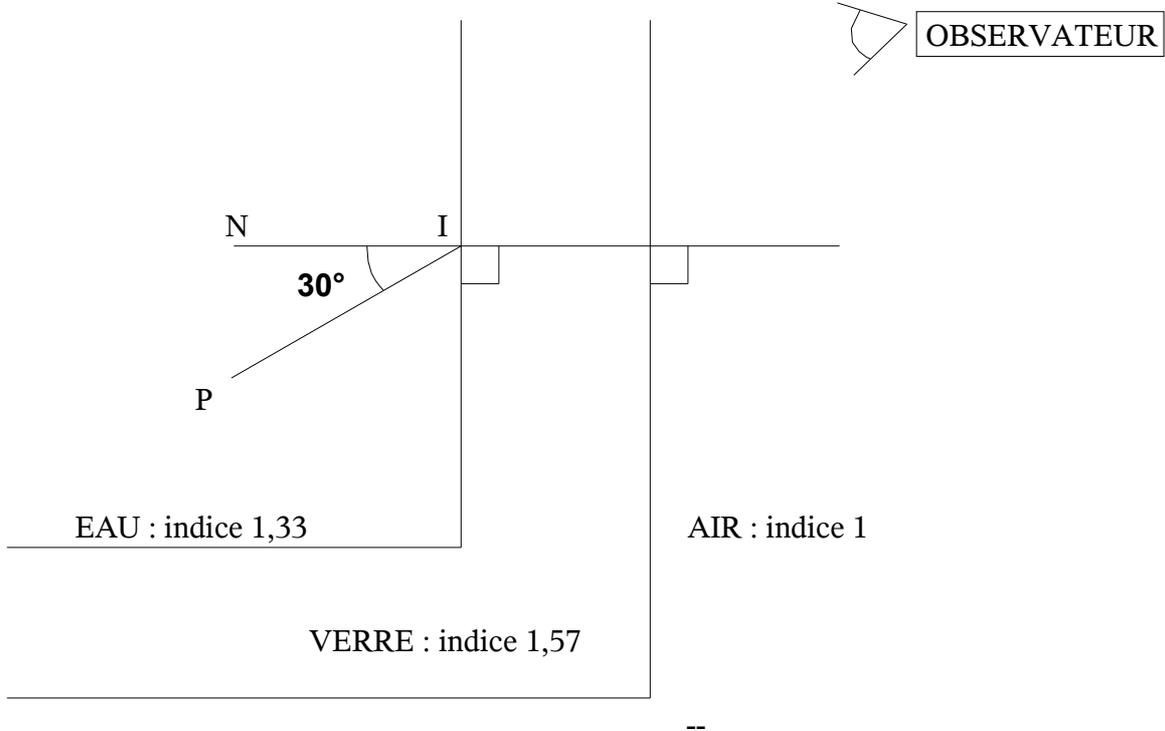
Angle limite du dioptré air / verre : $\lambda = 39,6^\circ$

Angle limite du dioptré eau / verre : $\lambda = 57,9^\circ$

Annexe 2 : (à rendre avec la copie)

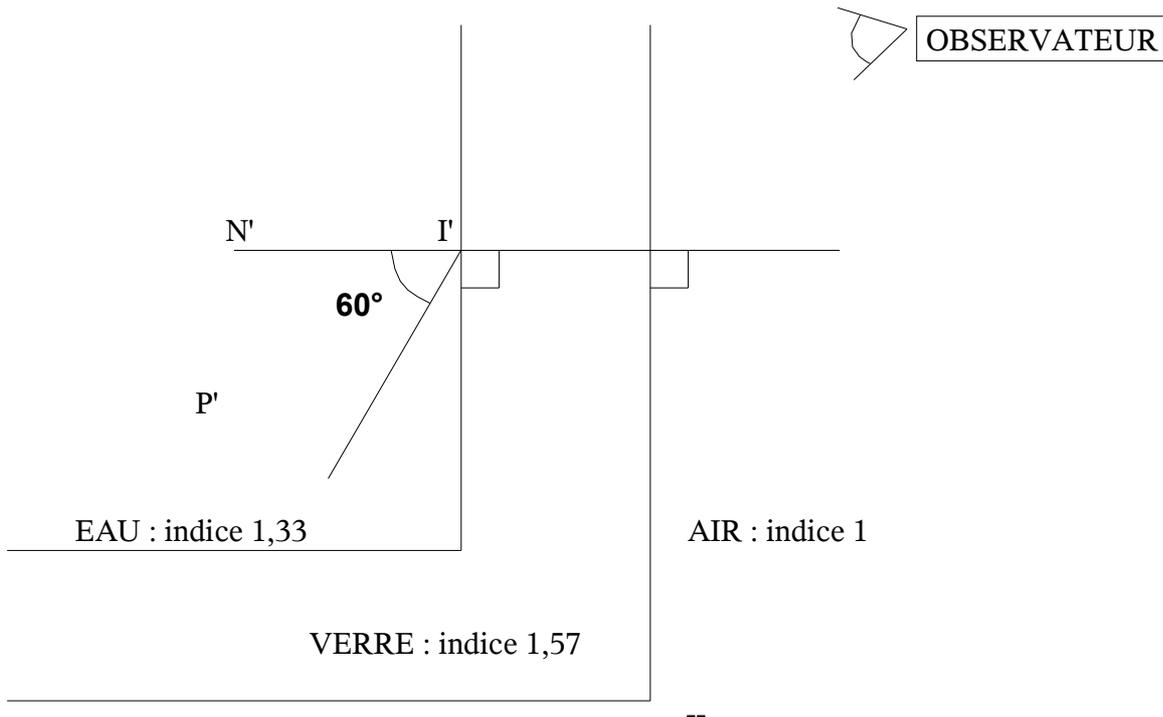
Partie A

Angle incident 30° , rayon venant du bas



Partie B

Angle incident 60° , rayon venant du bas



Exercice 2 (8 points)

Le corps humain a selon les conditions, une résistance très variable. Elle varie de 500 Ω environ dans les conditions les plus défavorables (personne dans un bain) à 50 000 Ω environ dans les conditions les plus favorables (entre deux doigts très secs).

Comme tout récepteur, le corps humain est traversé par un courant électrique lorsqu'il est soumis à une tension. Ce courant électrique peut provoquer tétanisation, brûlures et arrêt cardiaque.

Les documents fournis en **annexe 3 (page 7/8)**, à rendre avec la copie, vous renseignent sur ces effets.

1. Placer sur **document 1 de l'annexe 3** les points correspondants à :

- Une intensité de 0,2 mA pendant 2 s, noté M
- Une intensité de 5 mA pendant 0,5 s, noté N
- Une intensité de 0,2 A pendant 0,1 s, noté P
- Une intensité de 0,1 A pendant 2 s, noté Q

Indiquer pour chaque cas l'effet produit et les conséquences pour la personne.

2. Un atelier, qui fonctionne sous une tension de 230 V, est protégé par un disjoncteur différentiel 100 mA qui déclenche en 40 ms. Un employé de cet atelier est en contact direct avec un fil dénudé. Dans les conditions de son travail, sa résistance est estimée à 1500 Ω (on estime, au pire, qu'il est la seule résistance du circuit).

- Calculer l'intensité qui le traverse. Que se passe-t-il ?
- Quelles sont les effets physiologiques sur la personne ?

3. Dans une piscine où la norme NFC 15-100 est respectée, une personne est en contact direct avec un fil dénudé. Dans ce cas, on suppose, au pire, qu'elle est la seule résistance du circuit, et sa résistance est estimée à 500 Ω).

- Calculer l'intensité qui traverse son corps.
- Quelles sont les effets physiologiques sur la personne ? Justifier.

Documentation

Norme NFC 15-100 : définition des tensions de sécurité.

Locaux	Tension limite de sécurité en alternatif
Secs (habitations, bureaux ...)	≤ 50 V
Humides (chantiers, extérieur ...)	≤ 25 V
Mouillés (salles d'eau, piscines ...)	≤ 12 V

Loi d'ohm : $U = R I$

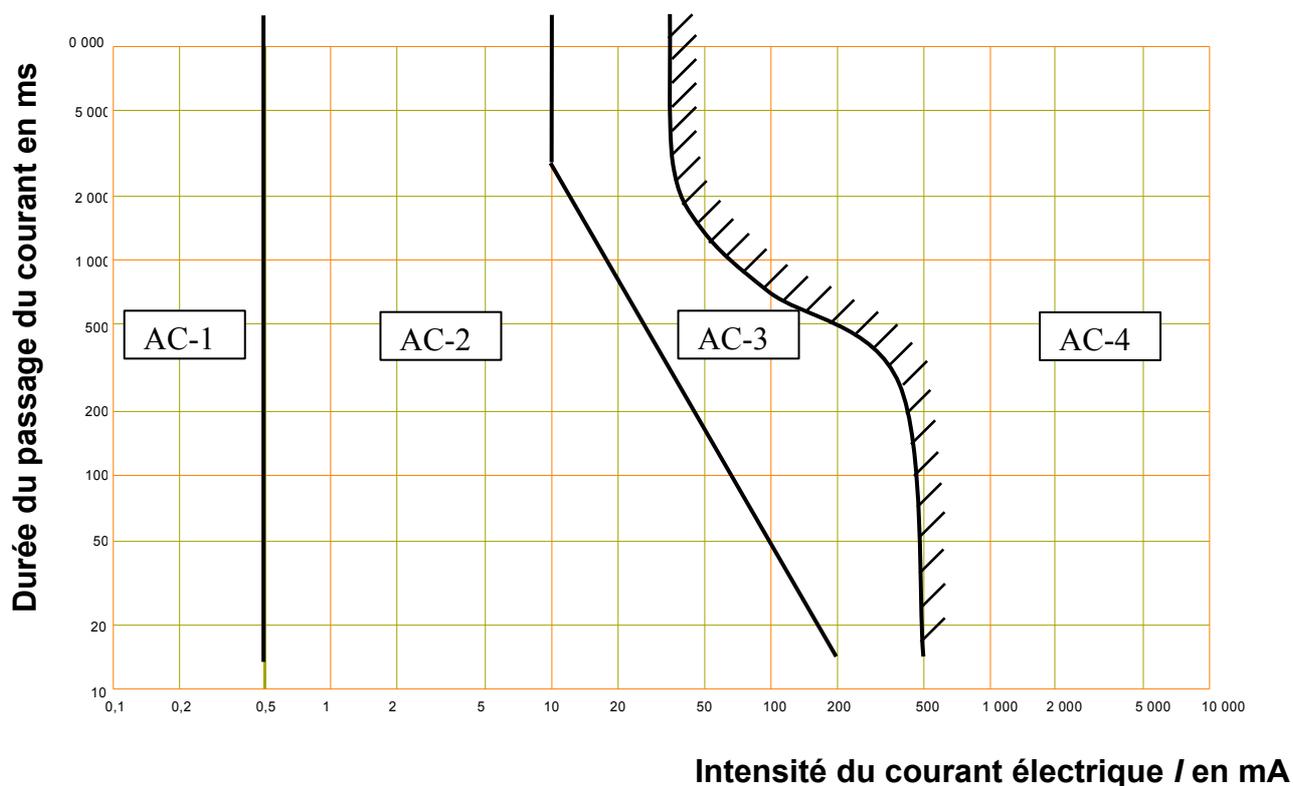
Annexe 3

Document 1 à compléter et à rendre avec la copie

Norme UTE-C 15-110 (la zone AC-4) est simplifiée)

Cette norme donne les effets produits sur une personne, traversée par un courant électrique, en fonction du temps de passage du courant (en **ms**) et de l'intensité (en **mA**).

Désignation de la zone	Limites de la zone	Effets physiologiques
AC-1	Jusqu'à 0,5 mA : ligne a	Aucun effet
AC-2	De 0,5 mA jusqu'à la ligne b	Pas d'effet dangereux (picotements)
AC-3	De la ligne b à la courbe c_1	Perturbations réversibles (contractions musculaires, difficultés respiratoires ...)
AC-4	Au delà de la courbe c_1	Possibilité d'arrêt de la respiration, du cœur. Danger de mort



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax + b)$	$a \cos(ax + b)$
$\cos(ax + b)$	$-a \sin(ax + b)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r ;

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

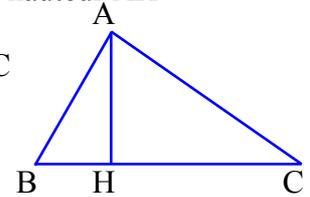
ABC rectangle en A, hauteur AH

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$



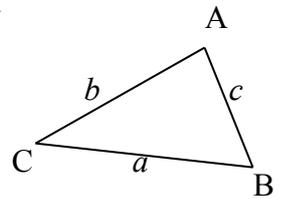
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle quelconque

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



$$\text{Aire} = \frac{ab}{2} \sin \hat{C}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q ;

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{(n-1)}$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$