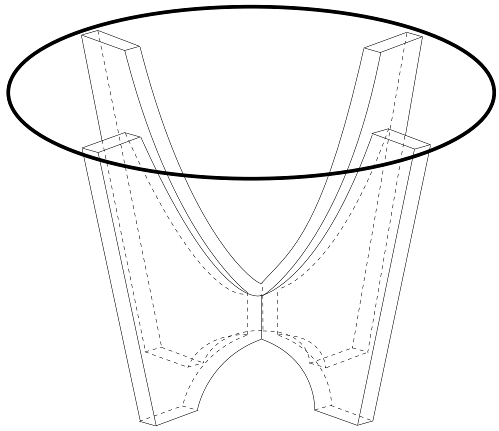
# MATHEMATIQUES

## Problème 1 (18 points)

Une table de salon repose sur quatre pieds formés de deux ensembles d'épaisseur 25 mm, assemblés en croix. Le dessus est une plaque de verre circulaire de diamètre 90 cm et d'épaisseur 10 mm. Un ensemble de deux pieds est partiellement représenté en ANNEXE 1. La figure se complète par un arc de parabole d'axe [O*y*), passant par les points D', E, D.



1. L'équation de cet arc est de la forme :

   $y = ax^2 + c$

   Calculer la valeur des coefficients $a$ et $c$ en utilisant les coordonnées des points E et D.

2. On considère la fonction $f$, définie sur l'intervalle [-3 ; 3] telle que : $f(x) = \dfrac{x^2}{3} + 2$ .

   a) On note $f'$ la fonction dérivée de cette fonction. Déterminer $f'(x)$, étudier son signe puis, calculer $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(2)$, et $f'(3)$ (donner les valeurs exactes).

   b) Donner le tableau de variation de la fonction $f$

   c) Compléter le tableau des valeurs en annexe 1 et tracer la représentation graphique C de la fonction $f$ sur l'annexe 1 : « figure du problème 1 »

   d) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse $x = 3$. Tracer cette tangente.

3. Calculer l'aire du profil ABCDED'C'B'A'FA en suivant la décomposition suivante (arrondir les résultats au centième) :

   a) Aire du demi-disque de diamètre AA' en dm$^2$,

   b) Calculer $I = \int_{-3}^{3} (\frac{x^2}{3} + 2).dx$ . En déduire l'aire en dm$^2$ de la surface limitée par la courbe C, les droites d'équation : $x = 3$, $x = -3$ et l'axe ($x'$ O $x$),

   c) Calculer l'aire du triangle BLK (en dm$^2$), en déduire l'aire du triangle KDC (en dm$^2$),

   d) Calculer l'aire du profil ABCDED'C'B'A'FA (en dm$^2$).

4. Sachant que l'aire totale d'un ensemble de deux pieds est de 16,43 $dm^2$, calculer le volume de bois utilisé, pour la fabrication des quatre pieds de cette table en $dm^3$.

5. Calculer la masse de la table en suivant la décomposition suivante :
   a) Calculer la masse des pieds (masse volumique du bois : 0,85 kg / $dm^3$),
   b) Calculer la masse du plateau (masse volumique du verre : 2,5 kg / $dm^3$),
   c) Calculer la masse totale de la table.

## Problème 2 (8 points)

Le profil d'un miroir parabolique D'ED de foyer $\boldsymbol{F}$ est donné en annexe 2 : « figure du problème 2 ». $\boldsymbol{M}$ est un point du miroir où la tangente est la droite (Mt) de vecteur directeur $\vec{V}$ (3 ; 4).

1. En appliquant les **lois de la réflexion**, tracer le rayon $\boldsymbol{FM}$ issu du foyer venant sur le miroir, puis le rayon réfléchi $\boldsymbol{MG}$ dans le miroir.
   Préciser le rayon incident et le rayon réfléchi sur la figure du problème 2 de l'annexe 2.

2. Les coordonnées de ***F*** et de ***M*** sont : $F(0;\frac{11}{4})$ et $M(2;\frac{10}{3})$

   a) Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{FM}$ : $\left\|\overrightarrow{FM}\right\| = FM$ ,

   b) Calculer la norme du vecteur $\vec{V}$ (3 ; 4),

   c) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{FM} \cdot \vec{V}$ et en déduire l'angle entre ces deux vecteurs. Exprimer cet angle arrondi au degré,

   d) En admettant que les coordonnées de $\overrightarrow{MG}$ sont $\overrightarrow{MG}$ (0 ; 2), sa norme égale à 2, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{MG} \cdot \vec{V}$ , en déduire l'angle entre ces deux vecteurs. Exprimer cet angle arrondi au degré,

## SCIENCES PHYSIQUES

### Problème 3 (10 points)

La table étudiée dans le problème 1 est représentée dans un local où la température est maintenue à 20 °C, par un chauffage électrique.

Les radiateurs électriques consomment une puissance de 2 000 watts, sous une tension d'alimentation de 230 volts. Le rendement énergétique est de 90 %.

1. Compte tenu des pertes et du mobilier, l'échauffement de cette pièce de 15 °C à 20 °C nécessite une énergie thermique de 540 000 joules. Calculer :
   a) L'énergie électrique consommée par les radiateurs,
   b) La durée du chauffage correspondant en minutes.
2. En admettant que le chauffage fonctionne 15 minutes par heure, calculer le coût journalier de ce chauffage si le kilowattheure est facturé 0,15 €.
3. Calculer l'intensité du courant électrique absorbé par ces radiateurs.

II. Donner le choix du calibre de l'ampèremètre permettant de mesurer ce courant par mi les valeurs suivantes : 0,1 ; 0,5 ; 1 ; 5 ; 10 A.

III. Proposer un schéma électrique du circuit correspondant à cette mesure.

### Problème 4 (4 points)

On désire savoir à quelle distance du centre optique d'une lentille convergente il faut placer un objet AB de 2 cm de hauteur pour obtenir une image A'B' inversée, située sur un écran à 6 cm du centre optique et d'une hauteur double à celle de l'objet (annexe 3) .

1. Calculer la distance AO de l'objet au centre optique.
2. Tracer la propagation des rayons lumineux et l'objet sur l'annexe 3.

## IV. ANNEXE N°1 : (à rendre avec la copie)

### V. Figure du problème 1

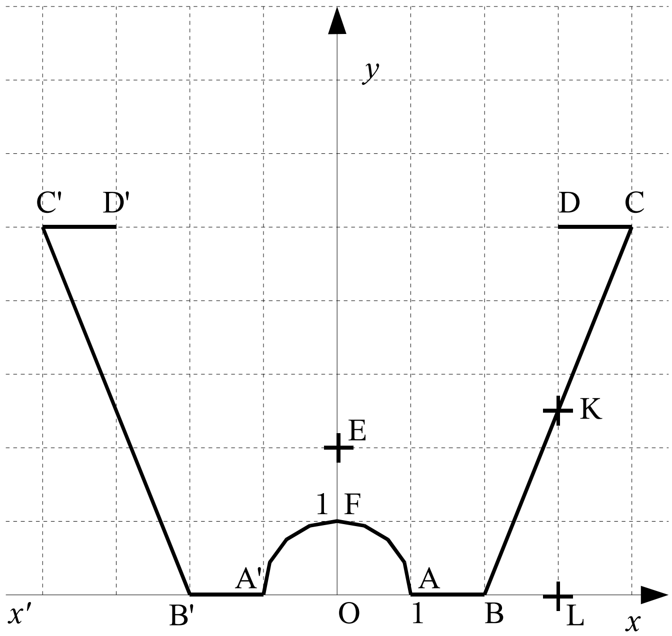
VI. La figure est symétrique par rapport à (O$y$). Elle est représentée dans un repère orthonormal (O$x$ ; O$y$).

VII. Echelle : 1 cm représente 1 dm.

VIII. Les coordonnées des points sont :

IX. A(1 ; 0) ; B(2 ; 0) ; C(4 ; 5) ; D(3 ; 5) ; E(0 ; 2) ; F(0 ; 1) ; K(3 ; 2,5) ; L(3 ; 0).

X.




XI. Figure du problème 1

XII.

XIII.

XIV.

XV.

XVI.

| *XVII. x* | XVIII. -3 | XIX. -2 | XX. -1 | XXI. 0 | XXII. 1 | XXIII. 2 | XXIV. 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XXV. $f(x)$ | XXVI. | XXVII. | XXVIII. | XXIX. | XXX. | XXXI. | XXXII. |

XXXIII.

XXXIV. **ANNEXE** N°**2 : (à rendre avec la copie)**

**XXXV. Figure du problème 2**

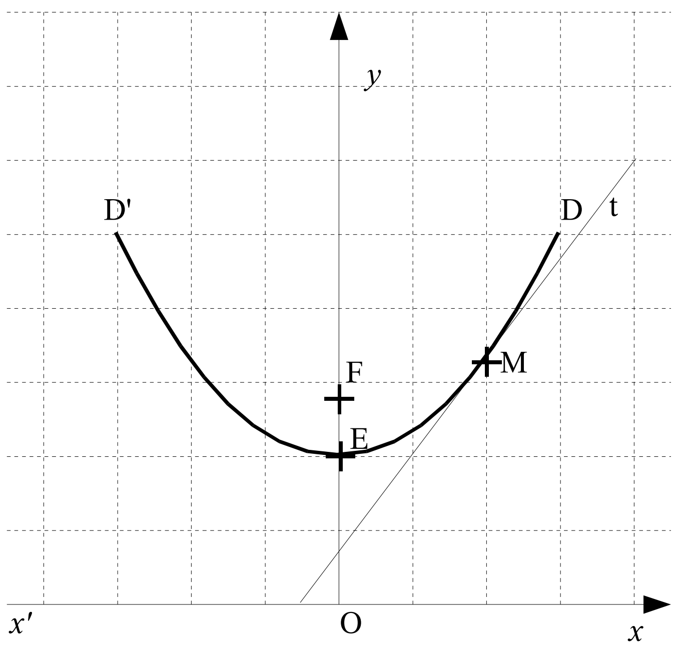
**XXXVI.**

**XXXVII.**

**XXXVIII.**

**XXXIX.**

**XL.**




**XLI.**

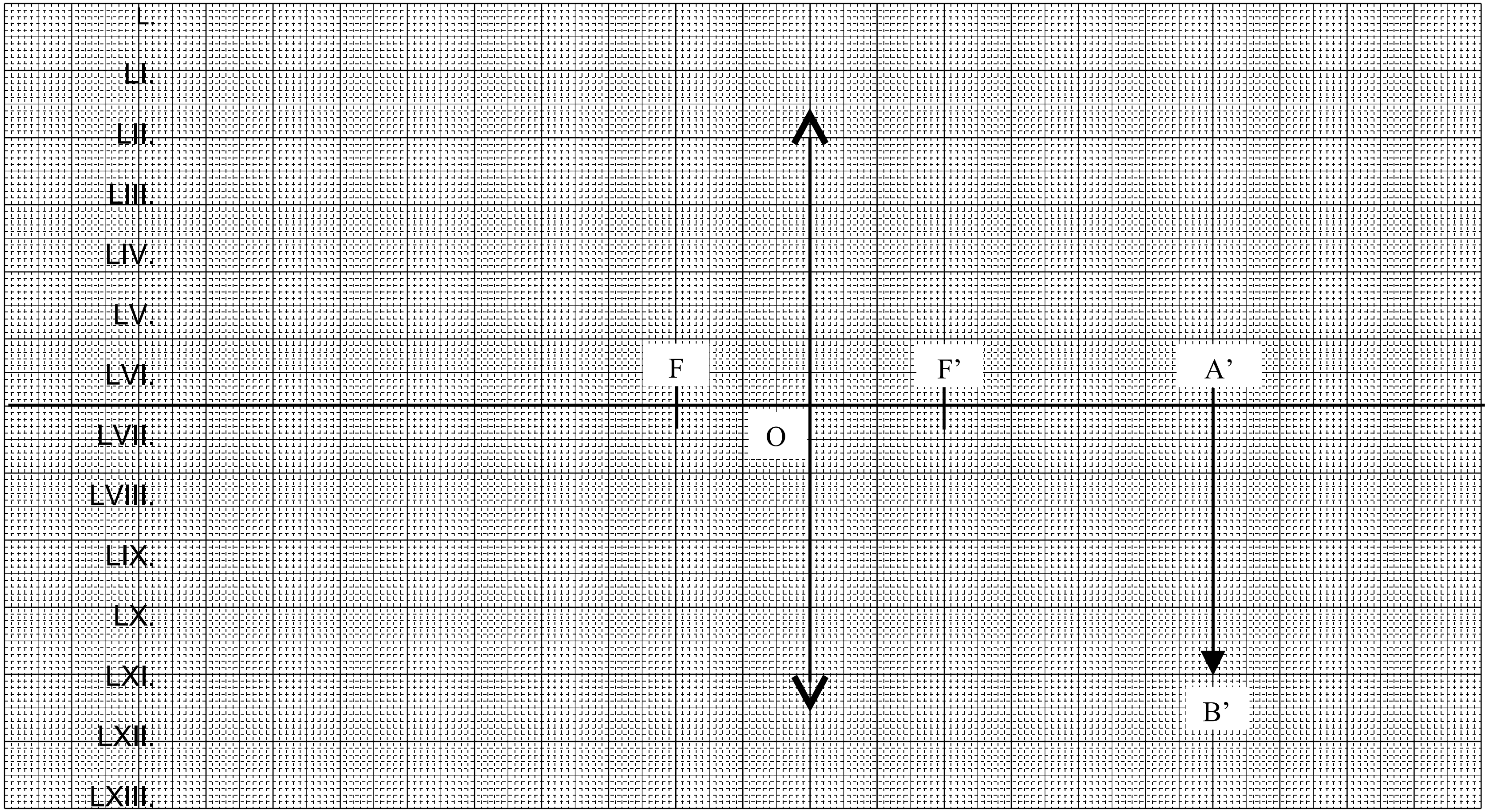
XLII.

XLIII.

XLIV.
XLV.
XLVI.
XLVII.
XLVIII.

XLIX.

**Feuille ANNEXE 3 (à rendre avec la copie)**




L.
LI.
LII.
LIII.
LIV.
LV.
LVI.
LVII.
LVIII.
LIX.
LX.
LXI.
LXII.
LXIII.

LXIV.

# LXV. FORMULAIRE

| Fonction *f* | Dérivée *f'* |
|---|---|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax + b$ | $a$ |
| $x^n$ | $nx^{n-1}$ |
| $\frac{1}{x}$ | $\frac{-1}{x^2}$ |
| $\sqrt{x}$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| $e^x$ | $e^x$ |
| $e^{ax}$ | $a\,e^{ax}$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| $\sin(ax + b)$ | $a\cos(ax + b)$ |
| $\cos(ax + b)$ | $-a\sin(ax + b)$ |

**Relations métriques dans le triangle rectangle**

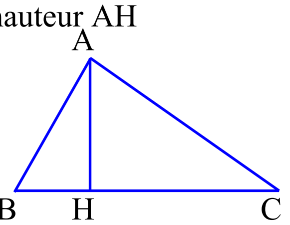
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



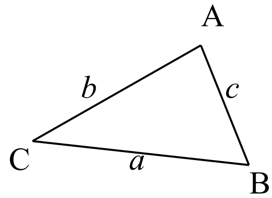

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC};\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC};\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

**Résolution de triangle quelconque**

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \hat{A}$$




$$Aire = \frac{ab}{2}\sin \hat{C}$$

**Calcul vectoriel dans le plan :**

$$A(x; y); B(x'; y') \Rightarrow \overrightarrow{AB}(x' - x ; y' - y)$$

$$\vec{V}(x;y) \Rightarrow \left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{V}(x;y); \vec{V}'(x'; y') \Rightarrow \vec{V} \cdot \vec{V}' = xx' + yy'$$

$$\text{Si } \vec{V} \neq \vec{0} \text{ et } \vec{V}' \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{V} \cdot \vec{V}' = \left\|\vec{V}\right\| \times \left\|\vec{V}'\right\| \cos(\vec{V}, \vec{V}')$$

$$\vec{V} \cdot \vec{V}' = 0 \Leftrightarrow \vec{V} \perp \vec{V}'$$

**ELECTRICITE**

- Puissance électrique pour un dipôle résistif : P = U I
- Energie consommée : E = P t
- Loi d'Ohm pour un dipôle résistif : U = R I
- Loi d'Ohm pour un dipôle générateur : U = E – R I
- Loi des nœuds : $I = I_1 + I_2$
- Loi des mailles : $U = U_1 + U_2$
- Résistance équivalente à deux résistors en série : $R_e = R_1 + R_2$
- Résistance équivalente à deux résistors en parallèle : $R_e = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$

**OPTIQUE**

Lois de DESCARTES

Loi de la réflexion : $i = r$

LXVI. Loi de la réfraction : $n_1 \times \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$

Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$