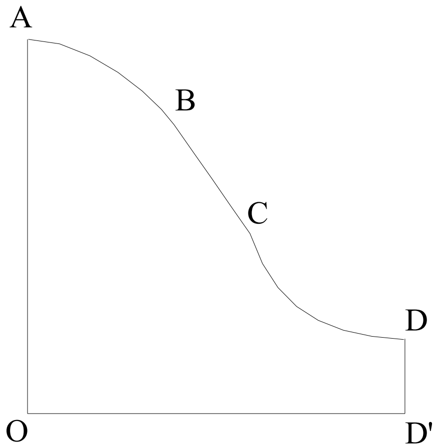
MATHEMATIQUES

Problème 1 ***(22 points)***

On désire reproduire et déterminer l'aire de la surface de la corniche représentée schématiquement ci-dessous :



1. La partie **AB** est un arc de parabole **P** dont l'équation est de la forme :

   $y = ax^2 + c$

   Déterminer les coefficients a et c sachant que la parabole **P** passe par le point **B**(5 ; 10) et admet le point **A**(0 ; 15).

2. On admet que la parabole **P** est la représentation graphique de la fonction f, définie sur l'intervalle [0 ; 5] par $f(x) = \frac{-1}{5}x^2 + 15$.

   a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(x)$.

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 5].

   c) Donner le tableau de variation de la fonction f

   d) Tracer, dans le plan de l'annexe 1 rapporté à un repère orthonormal (Ox ; Oy), d'unité graphique 1 cm, la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 5].

3. La partie **BC** est un segment appartenant à une droite **T** tangente à la courbe **P** au point **B** d'abscisse $x_B = 5$

   a) Calculer le nombre dérivé $f'(x_B)$

   b) En déduire le coefficient directeur de la droite **T**.

   c) En écrivant que la droite **T** passe par le point **B**, montrer qu'une équation de cette droite est : $y = -2x + 20$.

4. La partie **CD** est un arc d'hyperbole **H** représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle [7 ; 14] par : $g(x) = \dfrac{42}{x}$

   a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection **C** de la droite **T** et de la courbe **H** sur l'intervalle [7 ; 14].

   b) Etude de la fonction g sur l'intervalle [7 ; 14] :

      - On note g' la fonction dérivée de g. Déterminer $g'(x)$.
      - Donner le tableau de variation de la fonction g sur [7 ; 14]

   c) Tracer dans le même repère que celui de la courbe **P**, la courbe **H** pour $x \in$ [7 ; 14] puis la droite **T** pour $x \in$ [5 ; 7].

   On note le point **D** de coordonnées : **D**(14 ; 3)

5. Soit les points **B'**, **C'** et **D'** les projections orthogonales des points **B**, **C** et **D** sur l'axe (Ox).

   a) Calculer : $\mathbf{I} = \int_0^5 f(x).dx$ et $\mathbf{J} = \int_7^{14} g(x).dx$.

   b) Que représente **I** et **J** ?

   c) Calculer l'aire **S** du trapèze (B'BCC').

   d) En utilisant les résultats précédents déterminer l'aire **A** de la surface limitée par la figure OABCDD'. Exprimer le résultat en cm² et arrondi à l'unité.

Problème 2 ***(7 points)***

Dans un plan rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ les coordonnées des points **A**, **B**, et **C** sont **A**(2 ; 2), **B**(4 ; 5), **C**(1 ; 6).

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

2. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

3. Calculer les normes $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$

4. En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{BAC}$.

SCIENCES PHYSIQUES

EXERCICE 1/ Optique (6 points)

Un système optique est composé d'une lentille mince convergente $\mathbf{L_1}$ de distance focale $\mathbf{f_1}$ = 4 cm. Un objet lumineux **AB** de 4 cm de hauteur est placé à 6 cm devant $\mathbf{L_1}$, perpendiculairement à l'axe optique, le point **A** étant sur cet axe (voir feuille annexe 2).

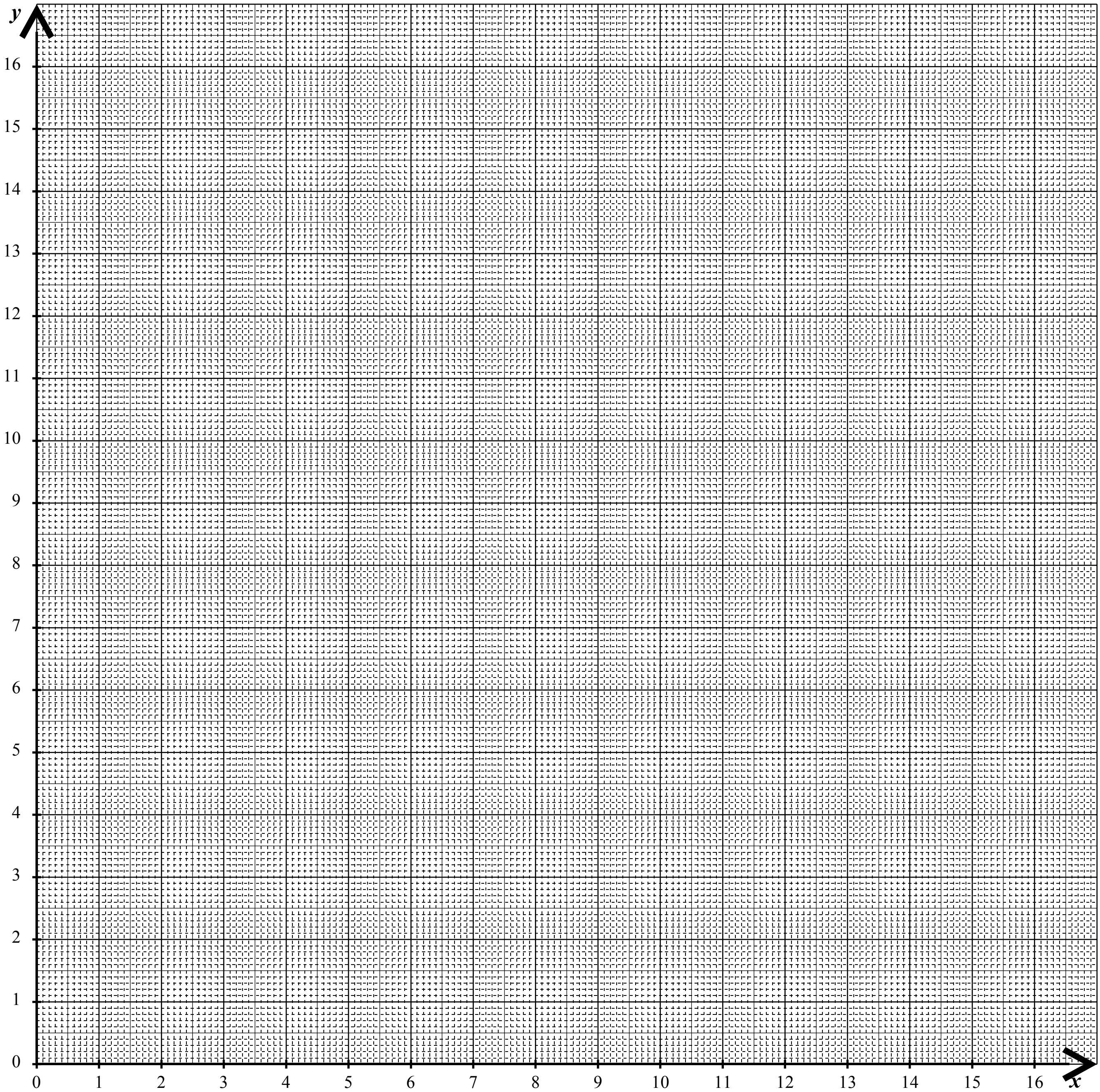
1. Déterminer par calcul, la position, la nature, le sens et la grandeur de l'image $\mathbf{A_1B_1}$ de l'objet **AB** donnée par $\mathbf{L_1}$.
2. Vérifier graphiquement la vraisemblance des résultats obtenus à la question précédente. Les tracés seront réalisés sur la feuille annexe 2.

EXERCICE 2/ Acoustique (5 points)

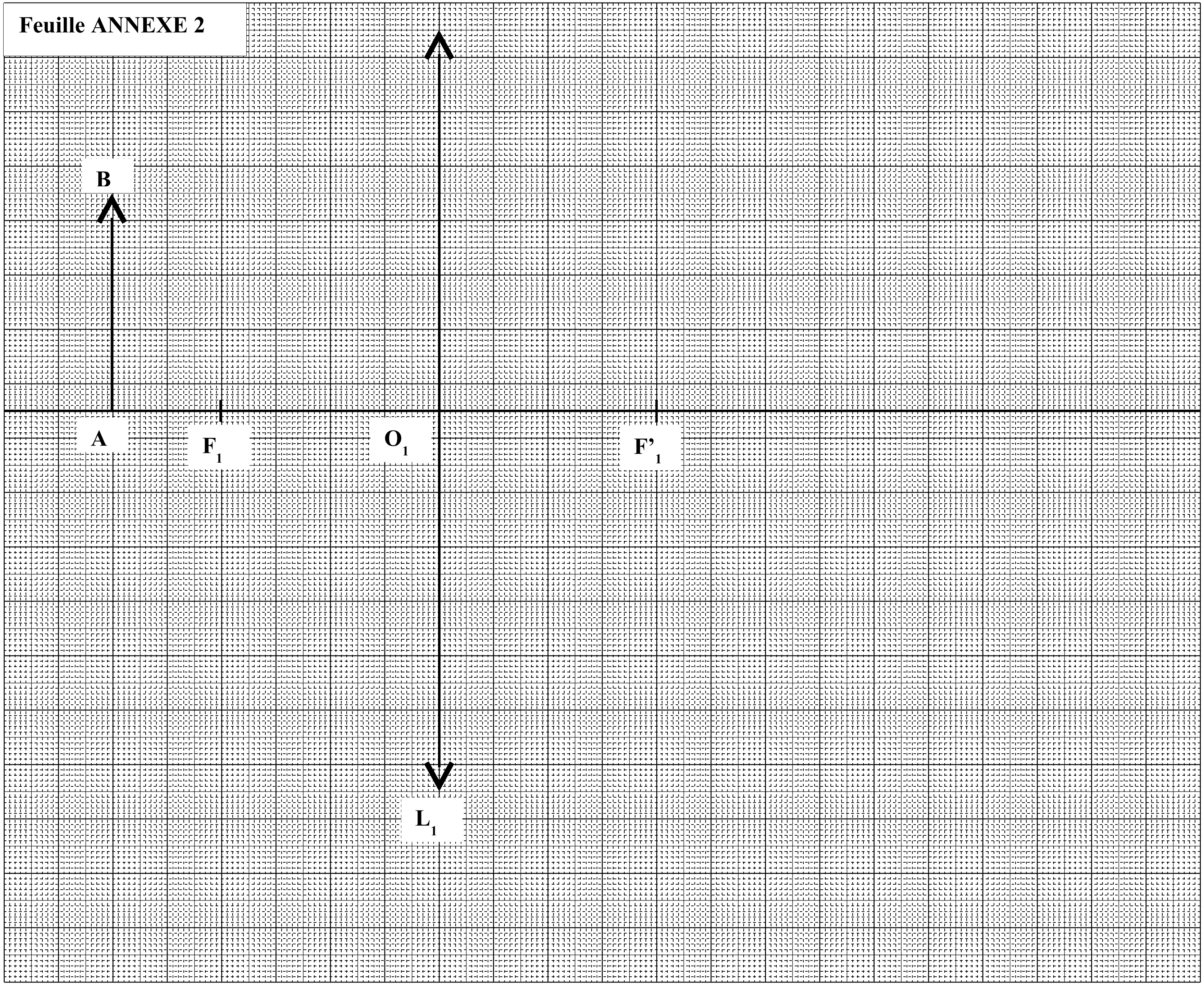
Une route située à 50 m d'une fenêtre émet des ondes sonores dont la fréquence moyenne est **f** = 400 Hz et de puissance **P** = 20 W.

1. Calculer pour cette onde, sa longueur d'onde dans l'air puis dans le verre.
    - Vitesse du son dans l'air : 330 m / s
    - Vitesse du son dans le verre : 5400 m / s
    - La fréquence reste constante.
2. Calculer l'intensité sonore **I** au niveau de la face extérieure de la fenêtre.
3. En prenant **I** = $6{,}4 . 10^{-4}$ W / m^2, calculer le niveau sonore **N** correspondant.

ANNEXE 1 : A RENDRE AVEC LA COPIE



Feuille ANNEXE 2



FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a\, e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin (ax + b)$	$a \cos (ax + b)$
$\cos (ax + b)$	$-a \sin (ax + b)$

Equation du second degré :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

OPTIQUE

Lois de DESCARTES

Loi de la réfraction : $n_1 \times \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Loi de la réflexion : $i = r$

Formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$

Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

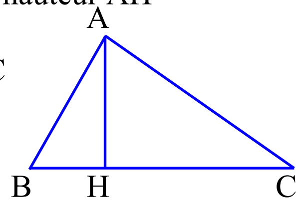
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



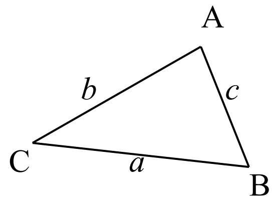
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



Aire du - triangle : $A = \frac{ab}{2} \sin \hat{C}$

- trapèze : $A = \frac{1}{2}(B + b)h$

- disque : $A = \pi R^2$

Calcul vectoriel dans le plan :

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{v}'$

ACOUSTIQUE

Période : $T = \frac{1}{f}$

Longueur d'onde : $\lambda = c\,T$

Niveau d'intensité sonore : $N = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

N en dB ; $I_0 = 10^{-12}$ W / m^2