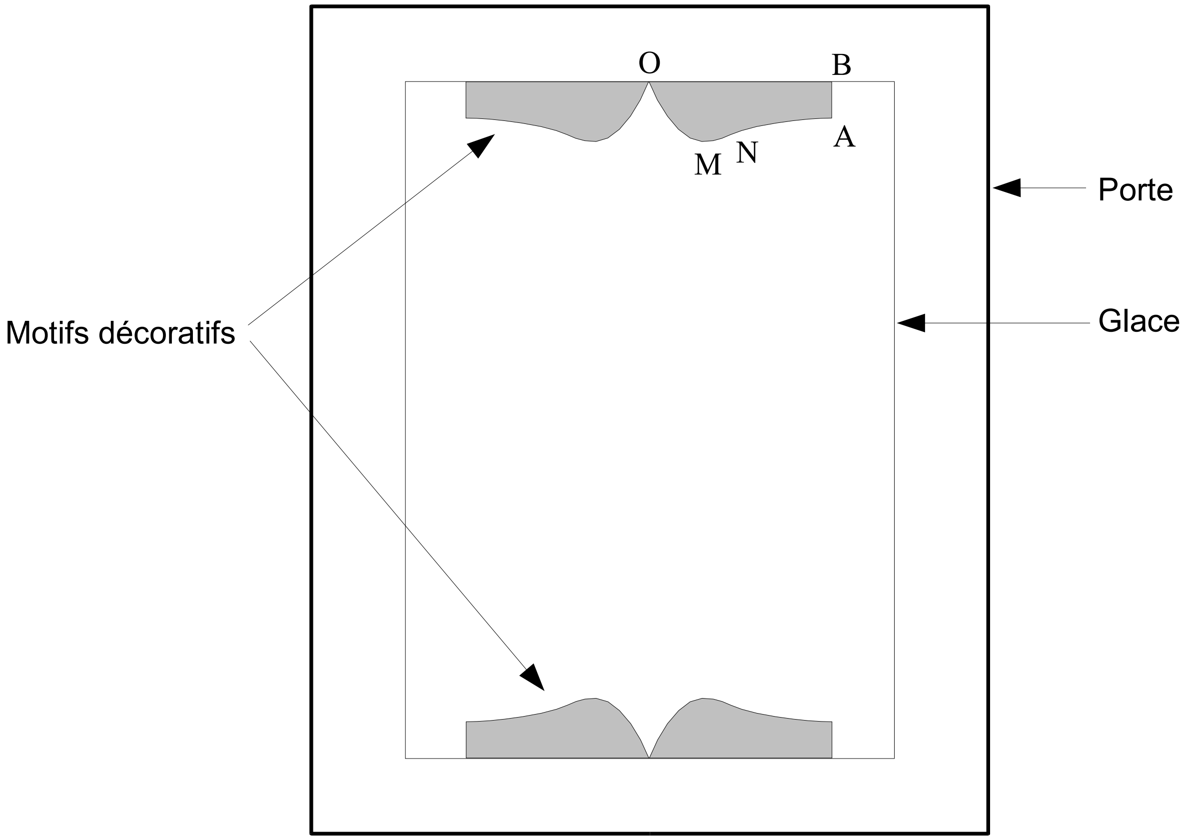
MATHEMATIQUES

Problème N° 1 ***(20,5 points)***

Un artisan doit réaliser deux motifs décoratifs qui servent à maintenir une glace sur une porte. On veut évaluer le volume de bois exotique nécessaire à la réalisation des deux motifs.



PARTIE A : Etude du profil OMNAB

I.

1. Soit la fonction f, telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$, déterminer les constantes a, b, c sachant que : $f(0) = 0$; $f(2) = -2$; $f(4) = -2$.

2. Soit la fonction f, telle que $f(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{3}{2}x$ définie sur l'intervalle [0 ; 4]

   a) Déterminer la dérivée $f'(x)$ de la fonction f.

   b) Résoudre $f'(x) \geq 0$

   c) Établir le tableau de variation de la fonction f

   d) Compléter le tableau de valeurs n°1 donné en annexe 1 (résultats à 0,01 près)
   Tracer la courbe C_1 représentant la fonction f dans le repère donné en annexe 1.

II. Soit la fonction g telle que : $g(x) = -\dfrac{8}{x}$ définie sur l'intervalle [4 ; 8]

a) Déterminer la dérivée $g'(x)$ de la fonction g.

b) Etudier son signe

c) Établir le tableau de variation de la fonction g

d) Compléter le tableau de valeurs n°2 donné en annexe 1
(résultats à 0,01 près)
Tracer la courbe **C_2** représentant la fonction g dans le même repère que la courbe **C_1** (annexe 1)

III.

1.

a) Placer les points A(8 ; -1) ; B(8 ; 0) ; M(2 ; -2) ; N(4 ; -2).

b) Calculer l'aire **A_1** du polygone (OMNAB)

2. Pour calculer l'aire du domaine **D** délimité par les axes $(x'x)$; $(y'y)$; les courbes **C_1**, **C_2**, la droite d'équation x = 8.

a) Calculer I = $\int_0^4 (\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{3}{2}x)dx$

J = $\int_4^8 -\dfrac{8}{x}dx$.

b) En déduire l'aire **A** du domaine **D** à 1 mm^2 près.

3. Calculer le rapport de l'aire **A_1** du polygone à l'aire **A** du domaine **D**. Exprimer ce résultat en pourcentage.

PARTIE B

1. Le motif de décoration supérieur admet l'axe $(y'y)$ comme axe de symétrie. Représenter le motif supérieur en intégralité dans le repère en annexe 1.

2. Calculer le volume de bois nécessaire à la réalisation des 2 motifs. Le bois utilisé a une épaisseur de 4 mm.

Problème N° 2 ***(9,5 points)***

Un ébéniste désire réaliser un motif de marqueterie constitué de 4 éléments identiques plaqués au centre d'un plateau circulaire.

PARTIE A : Etude d'un élément du motif OABA' (Voir figure 1 en annexe 2)

La figure 1 est telle que : OA = 6 cm ; OB = 8 cm ; AB = 4 cm ; la droite (OB) est axe de symétrie pour le polygone OABA'.

1. Calculer la mesure des angles du polygone OABA' à 1° près.
2. Calculer l'aire du polygone OABA' à 1 cm^2 près par excès.

PARTIE B : Représentation et calcul de l'aire du motif de marqueterie.

1. Construire le polygone $OA_1B_1A'_1$ symétrique du polygone OABA' par rapport au point O.
2. Construire le polygone $OA_2B_2A'_2$ image du polygone OABA' dans la rotation de centre O et d'angle 90° :

   $\widehat{AOA_2} = \widehat{BOB_2} = \widehat{A'OA'_2} = 90°$
   $OA = OA' = OA_2 = OA'_2$
   $OB = OB_2$.
3. Construire le polygone $OA_3B_3A'_3$ symétrique du polygone $OA_2B_2A'_2$ par rapport au point O.

PARTIE C : Découpage du motif

Chaque élément du motif est découpé dans une feuille rectangulaire MNPQ (Voir figure 2 en annexe2).

1. Calculer les dimensions du rectangle à 1 mm près.
2. Calculer le pourcentage de chute à 0,1 près lors de la découpe.

SCIENCES PHYSIQUES

10 POINTS

Un radiateur est alimenté par un courant alternatif sinusoïdal.

PARTIE A

On visualise la tension aux bornes du radiateur sur un oscilloscope. La valeur de la tension observée est le 1/10 de la valeur de la tension d'alimentation du radiateur, on obtient le signal donné en annexe N° 3 schéma 1 :

Sensibilité : 10 V / div   Balayage : 2 ms / div

Calculer

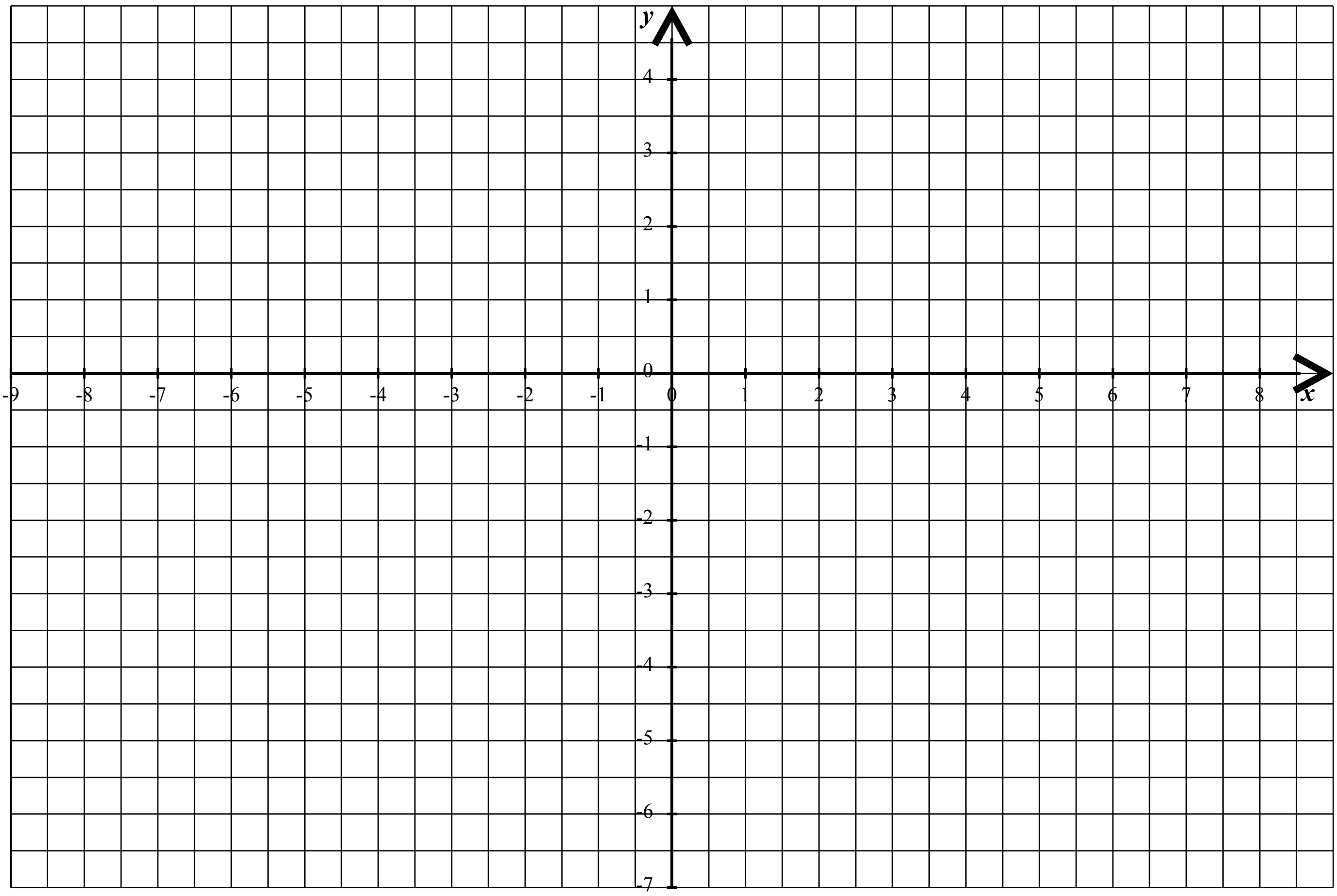
1. la période et la fréquence du courant observé.
2. la tension maximum du courant observé.
3. la tension efficace du courant (résultat à 1 unité près), avec quel appareil peut-on la mesurer ?

PARTIE B

Le radiateur est alimenté sous 220 V, il est constitué de deux dipôles résistifs identiques de résistance $R_1 = 24{,}2\ \Omega$, il a deux allures de chauffe.

1. Allure de chauffe n° 1 (voir schéma 2 en annexe 3), un seul dipôle résistif est utilisé.
   a) Compléter le schéma en mettant le nom des appareils nécessaires pour mesurer la tension aux bornes du radiateur et l'intensité du courant qui le traverse.
   b) Comment s'appelle l'appareil schématisé sur le schéma, par W est son rôle ?
   c) Calculer l'intensité du courant qui traverse le radiateur (résultat à 0,1 unité près).
   d) Calculer la puissance du radiateur (résultat à 1 kilowatt près).
2. Allure de chauffe n° 2 (voir schéma 3 en annexe 3), les deux dipôles résistifs de résistance 24,2 Ω sont associés en dérivation, la tension entre A et B est 220 V. Calculer :
   a) La résistance équivalente R du radiateur.
   b) L'intensité du courant qui traverse le radiateur (résultat à 0,1 unité près).
   c) La puissance du radiateur (résultat à 1 kilowatt près).
   d) L'énergie (en kWh) consommée en 2 h 15 min de fonctionnement.

ANNEXE 1 : DOCUMENT RÉPONSE A RENDRE AVEC LA COPIE



Repère orthonormé d’unité graphique 1 cm

Tableau de valeurs n°1

x	0	1	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$							

Tableau de valeurs n°2

x	4	5	6	7	8
$g(x)$					

ANNEXE 2 : DOCUMENT RÉPONSE A RENDRE AVEC LA COPIE

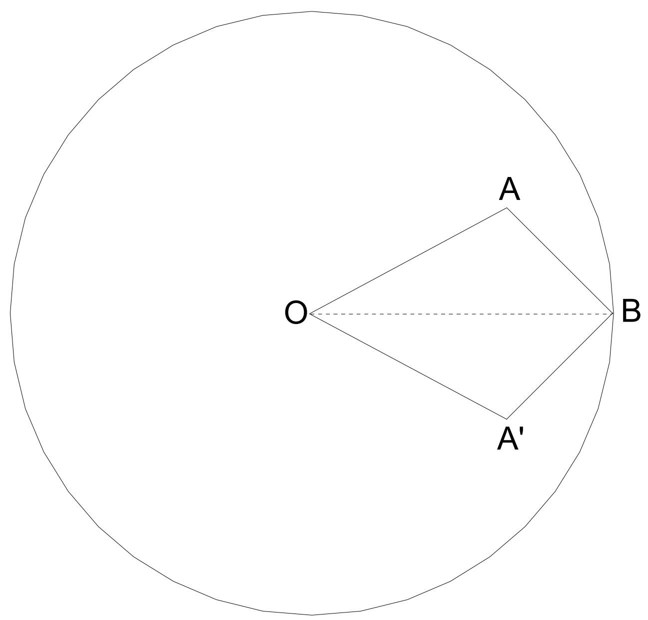


Figure N° 1

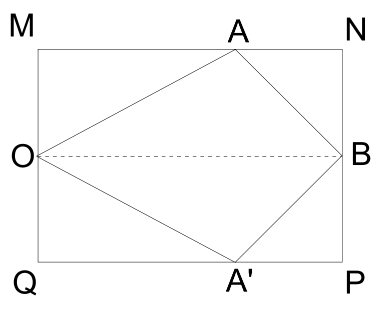


Figure N° 2

ANNEXE 3 : Document réponse à rendre avec la copie

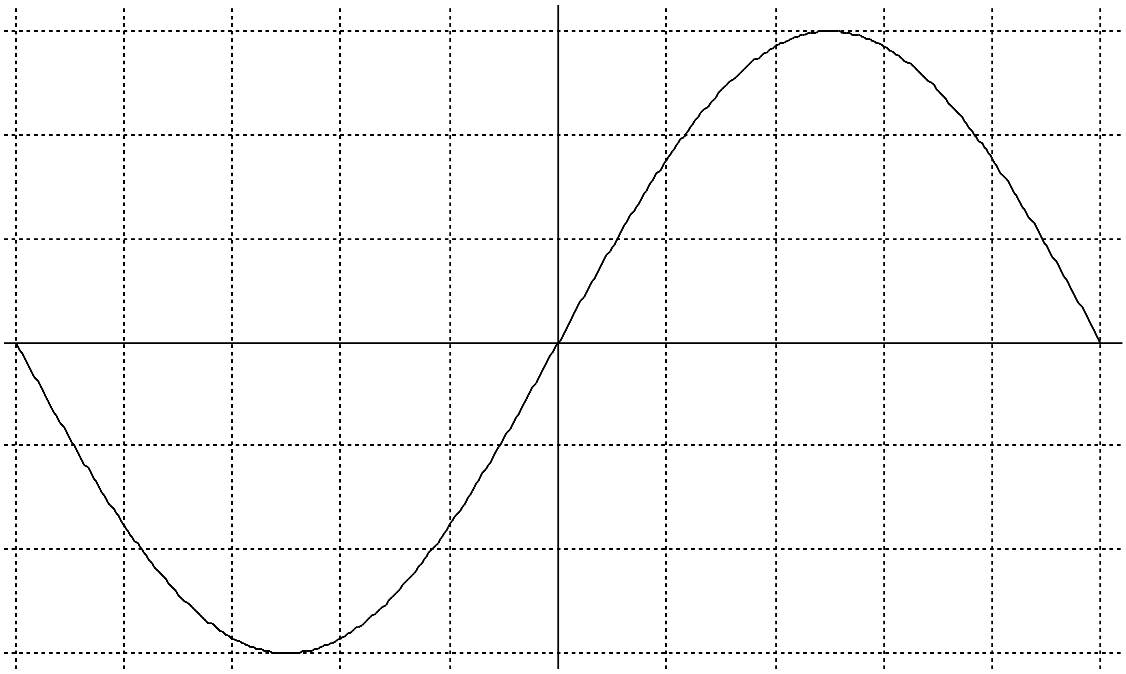


Schéma 1

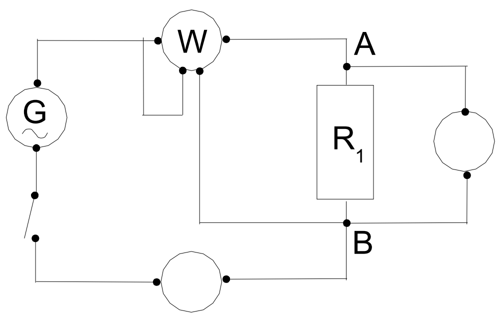


Schéma 2

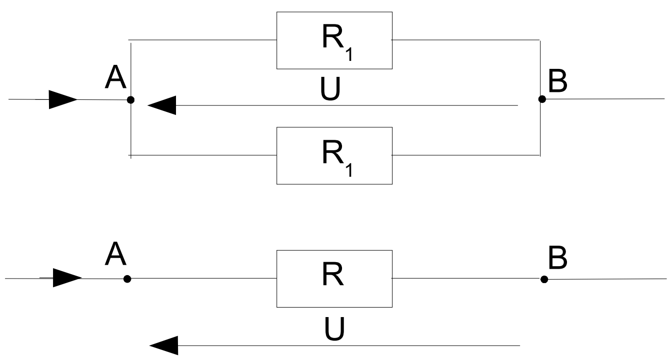


Schéma 3

FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a\, e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$

Equation du second degré :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

ELECTRICITE

- Loi d'Ohm relative au résistor :

$U = R\,I$

- Loi des noeuds : $I = I_1 + I_2$

- Résistance équivalente à deux résistors
  en série : $R = R_1 + R_2$
  en parallèle : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

- Courant sinusoïdal $U_m = U\sqrt{2}$

- Puissance pour un récepteur thermique : $P = U\,I$

Relations métriques dans le triangle rectangle

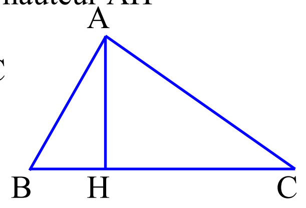
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



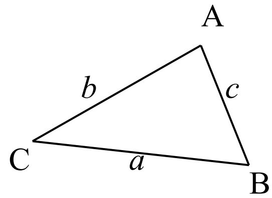
$$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC};\ \cos\hat{B} = \frac{AB}{BC};\ \tan\hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$$



Aire du - triangle : $A = \frac{ab}{2}\sin\hat{C}$

- trapèze : $A = \frac{1}{2}(B + b)h$

- disque : $A = \pi R^2$

Calcul vectoriel dans le plan :

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{v'}$

OPTIQUE

Lois de DESCARTES

Loi de la réfraction : $n_1 \times \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Loi de la réflexion : $i = r$

ACOUSTIQUE

Période : $T = \frac{1}{f}$

Longueur d'onde : $\lambda = c\,T$