MATHEMATIQUES

PROBLEME I 19 points

Un artisan doit réaliser le plateau d'une table basse. Ce plateau doit être plaqué avec différents composants. On se propose d'étudier l'aire des différents composants selon la cote x choisie. (Voir annexe 1)

1. PARTIE A

1.1. La courbe C_1 tracée dans le repère en annexe 2 représente une fonction f_1 telle que :

$$f_1(x) = ax^2 + c \text{ définie sur l'intervalle } [0 ; 5].$$

1.1.1. A l'aide du graphique, déterminer $f_1(0)$ et $f_1(5)$. En déduire les constantes a et c.

1.1.2. Compléter le tableau de variation de la fonction f_1 donné en annexe 2.

1.2. Soit la fonction f_2 telle que, $f_2(x) = -2,4\,x^2 + 12\,x$, définie sur l'intervalle [0 ; 5].

1.2.1. Déterminer la dérivée f'_2 de la fonction f_2 .

Résoudre $f'_2(x) \geq 0$.

Etablir le tableau de variation de la fonction f_2.

1.2.2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f_2 donné en annexe 2 (résultats au dixième près).

Tracer dans le repère orthogonal fourni en annexe 2 la courbe C_2 représentant la fonction f_2

1.2.3. Résoudre dans l'intervalle [0 ; 5] :

$$-2,4\,x^2 + 12\,x - 12,6 = 0$$

Tracer, dans le même repère donné en annexe 2, la droite D d'équation $y = 12,6$.

Déterminer les coordonnées des points A et B, intersection de C_2 et D.

1.3.

1.3.1. Résoudre dans l'intervalle [0 ; 5] :

$$-2,4\,x^2 + 12\,x = 1,2x^2.$$

1.3.2. On admet que C_1 est la courbe représentative de la fonction f_1 telle que $f_1(x) = 1,2\,x^2$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_1 et C_2.

2. PARTIE B

On se propose d'étudier la variation de l'aire des placages en acajou et en merisier et de l'aire du marbre en fonction de la cote $\boldsymbol{x}$.

On admet que l'aire du placage en acajou est donné par $\boldsymbol{f_1(x) = 1{,}2\ x^2}$ et $\boldsymbol{C_1}$ est la courbe représentative de cette fonction ; l'aire du placage en marbre est donné par $\boldsymbol{f_2(x) = -2{,}4\ x^2 + 12\ x}$, $\boldsymbol{C_2}$ est la courbe représentative de cette fonction.

A l'aide des courbes $\boldsymbol{C_1}$ et $\boldsymbol{C_2}$ tracées en annexe 2 et de l'étude faite dans la **PARTIE A**, répondre aux questions suivantes :

2.1. Quelle est la plus grande valeur de la cote $\boldsymbol{x}$ pour laquelle l'aire du marbre est plus grande que l'aire du placage en acajou ?

2.2. Pour quelle valeur de la cote $\boldsymbol{x}$ l'aire du marbre sera-t-elle maximale ?

2.3. L'artisan décide de fabriquer le plateau de telle sorte que l'aire du marbre soit égale à 12,6 dm^2 et supérieure à l'aire du placage en acajou. Calculer dans ce cas l'aire des différents placages (marbre, acajou, merisier, chêne).

PROBLEME II 10 points

Un artisan doit réaliser à partir d'un panneau carré une enseigne ayant la forme d'un parallélogramme. On veut évaluer la chute de bois lors de sa réalisation.

1. Placer dans un repère orthonormé d'origine $\boldsymbol{O}$ et d'unité graphique 1 cm les points :

$$\boldsymbol{A}(1\ ;\ 1)\ ;\ \boldsymbol{B}(11\ ;\ 1)\ ;\ \boldsymbol{C}(11\ ;\ 11)\ ;\ \boldsymbol{D}(1\ ;\ 11)\ ;\ \boldsymbol{M}(7\ ;\ 3)\ ;\ \boldsymbol{N}(5\ ;\ 9)$$

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$; en déduire les longueurs AM et AN (valeurs exactes).

3. Calculer de deux manières différentes le produit scalaire $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$; en déduire la mesure de l'angle $\widehat{MAN}$

4. Calculer l'aire du triangle MAN ; en déduire l'aire du parallélogramme $AMCN$**.**

5. Le carré $ABCD$ représente le panneau de bois à l'échelle 1 / 10 et le parallélogramme $AMCN$ représente l'enseigne à l'échelle 1 / 10. Déterminer en pourcentage la chute de bois lors de la réalisation de cette enseigne.

SCIENCES PHYSIQUES

11 POINTS

A l'aide d'un microphone relié à un oscilloscope, on étudie un son émis dans l'air par un haut-parleur.

1. Le son est capté par un microphone **M_1** relié à la voie **A** de l'oscilloscope. On obtient sur l'écran la courbe donnée en annexe 3.

1.1. Calculer la période.

1.2. Calculer la fréquence du son émis.

2. Pour déterminer la célérité du son dans l'air, on capte le son précédent par un deuxième microphone **M_2** relié à la voie **B** de l'oscilloscope.

Le deuxième microphone est aligné avec le premier, pour obtenir les courbes données en annexe 4, les deux microphones sont décalés d'une distance de 8,5 cm.

2.1. Les deux courbes sont-elles en phase, en opposition de phase ou déphasées ?

2.2. Cette distance représente la demi-longueur d'onde ; calculer la célérité du son dans l'air.

3. L'oreille humaine peut percevoir un son si sa fréquence est comprise entre 30 Hz et 16 000 Hz.

3.1. Calculer les périodes correspondantes et reporter les valeurs sur le schéma donné en annexe 5.

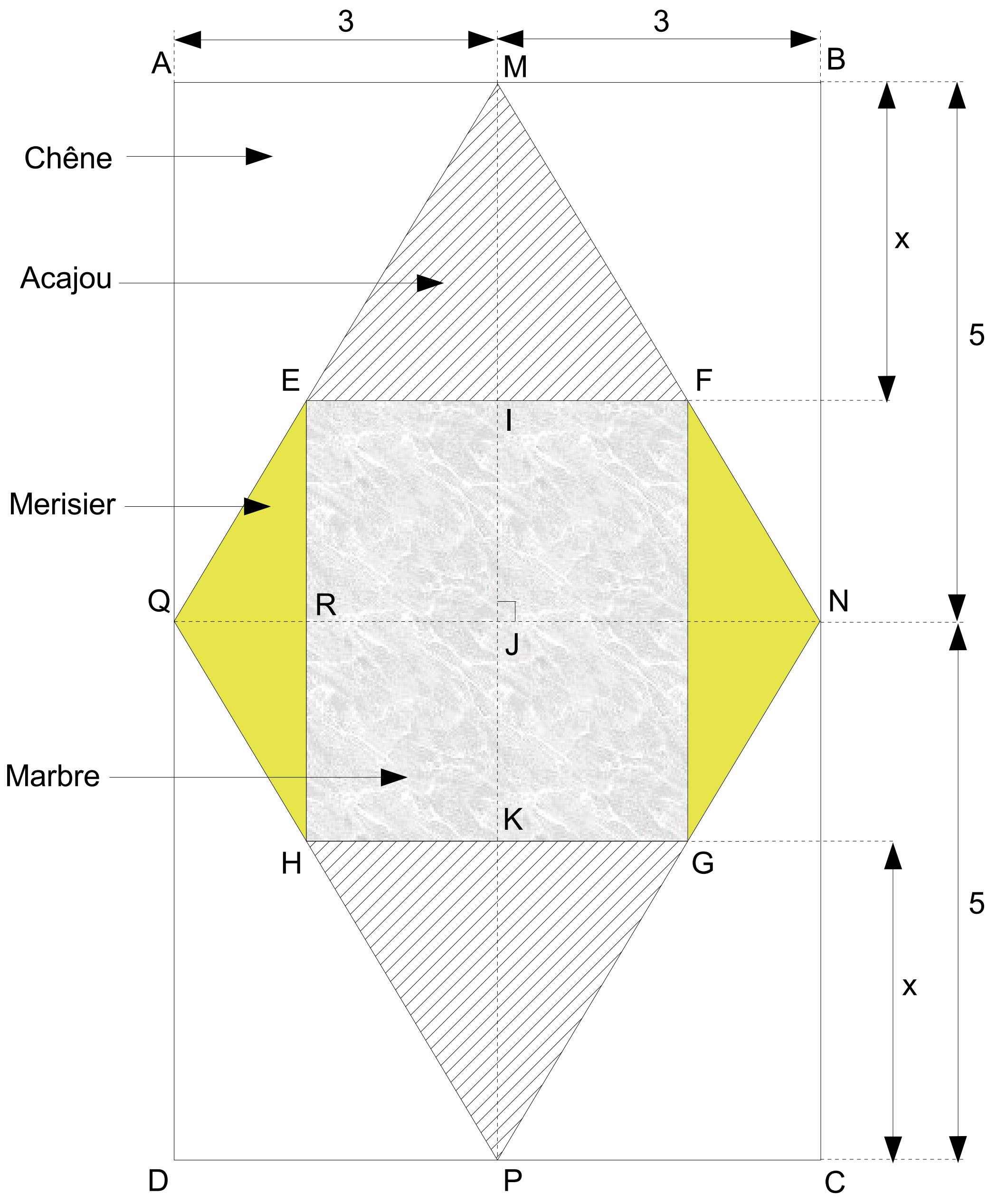
3.2. Si la célérité du son dans l'air est de 340 m / s, calculer les longueurs d'ondes correspondantes et reporter les valeurs sur le schéma donné en annexe 5.

3.3. Situer sur le schéma donné en annexe 5 les différentes catégories de sons :

- audibles
- ultrasons
- infrasons

Dans l'expérience précédente, le son émis par le haut-parleur est-il audible ?

ANNEXE 1 :



Cotes en décimètres

ANNEXE 2 : (à rendre avec la copie)

Tableau de variation de la fonction f_1

x	0 5
$f_1'(x)$	
$f_1(x)$	

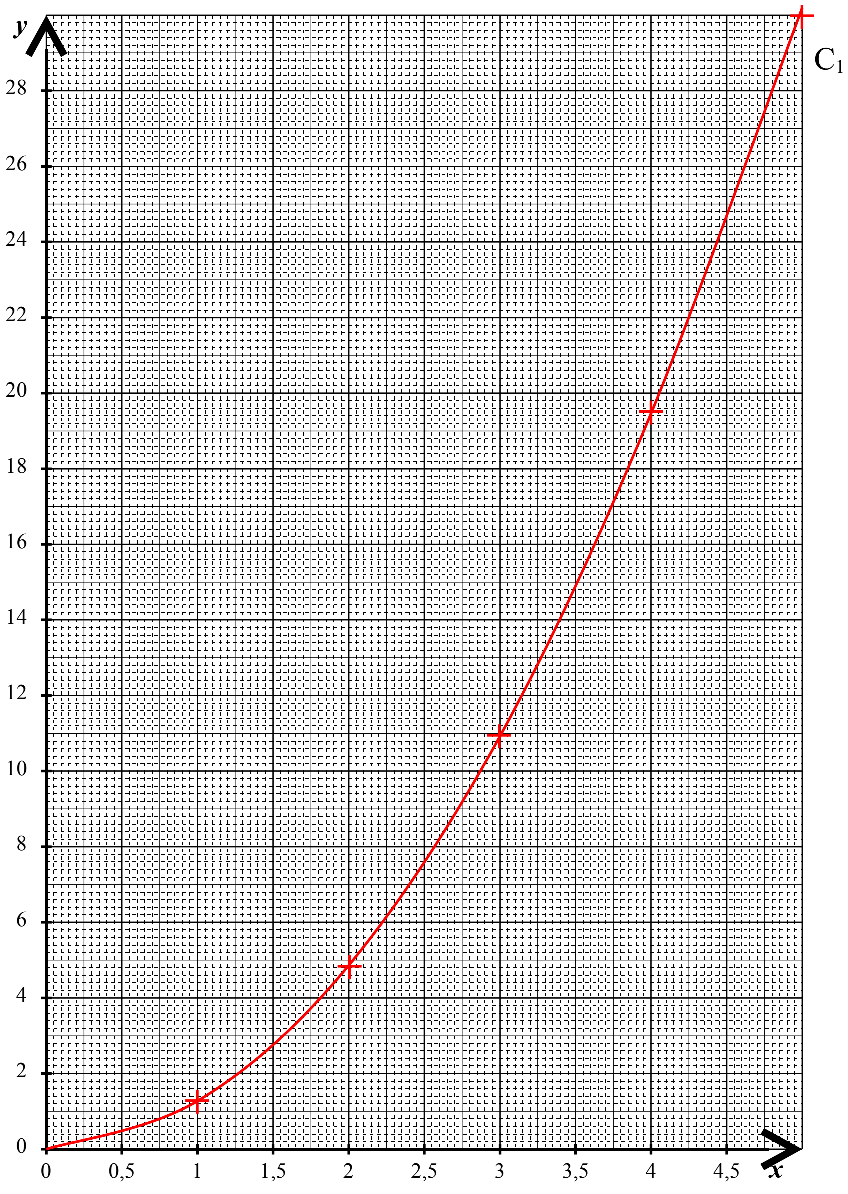
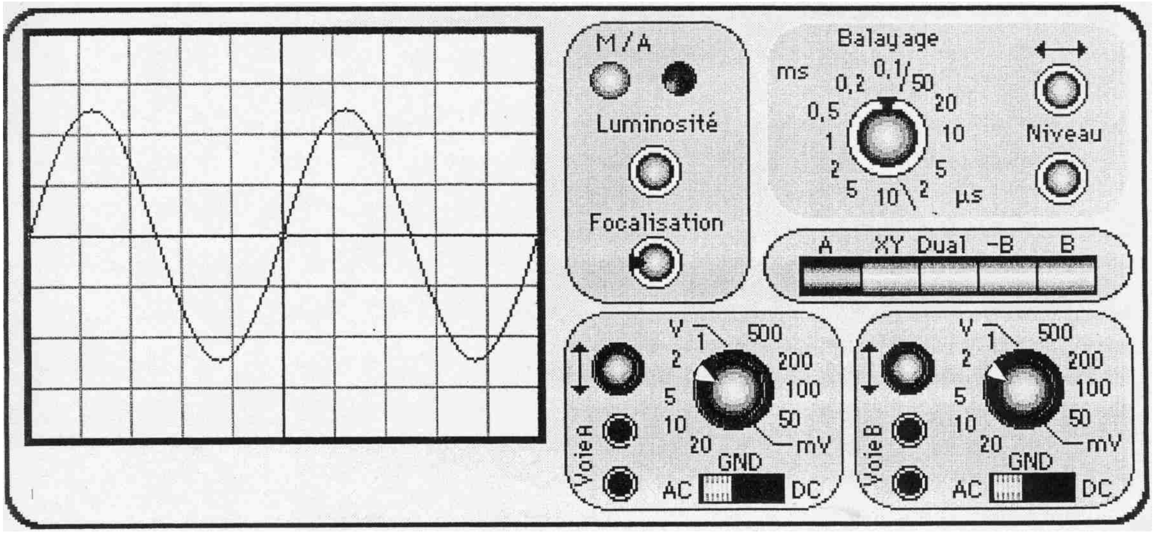
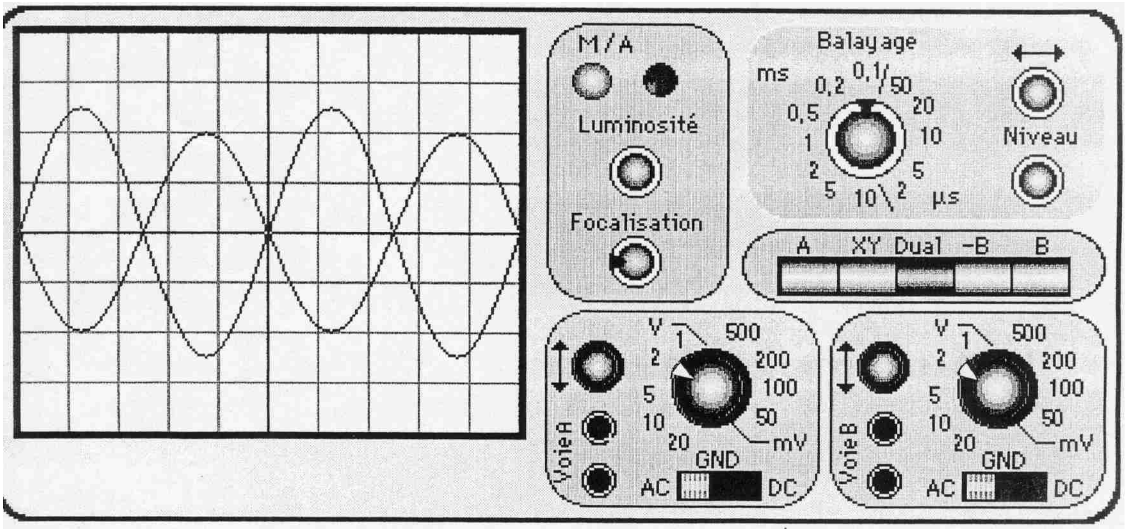


Tableau de valeurs de la fonction f_2

x	0	1	2	3	4	5
$f_2(x)$						



Annexe 3



Annexe 4

Annexe 5

Feuille à rendre avec la copie

Sons :

…

………… …………………… ………..………

f(Hz) 30 16 000

T(s) …………. …………….

λ(m) …………. …………….

FORMULAIRE

Fonction f	**Dérivée f'**
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a\, e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$- \sin x$
$\sin (ax + b)$	$a \cos (ax + b)$
$\cos (ax + b)$	$- a \sin (ax + b)$

Equation du second degré :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$\Delta = b^2 - 4\,ac$

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

ELECTRICITE

- Loi d'Ohm relative au résistor : $U = R\,I$
- Loi des noeuds : $I = I_1 + I_2$
- Résistance équivalente à deux résistors
  en série : $R_e = R_1 + R_2$
  en parallèle : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
- Générateur : loi d'Ohm $U = E - R\,I$
- Puissance électrique totale : $P_a = E\,I$
- Puissance utile : $P_u = U\,I$
- Rendement électrique : $r = \frac{P_u}{P_a}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

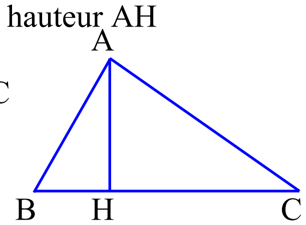
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



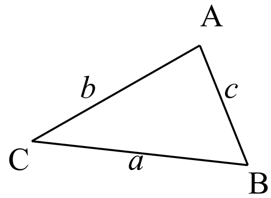
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



Aire du - triangle : $A = \frac{ab}{2} \sin \hat{C}$

- trapèze : $A = \frac{1}{2}(B + b)h$
- disque : $A = \pi R^2$

Calcul vectoriel dans le plan :

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{v'}$

OPTIQUE

Lois de DESCARTES

Loi de la réfraction : $n_1 \times \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Loi de la réflexion : $i = r$

ACOUSTIQUE

Période : $T = \frac{1}{f}$

Longueur d'onde : $\lambda = c\,T$