PROBLÈME I (12 points)

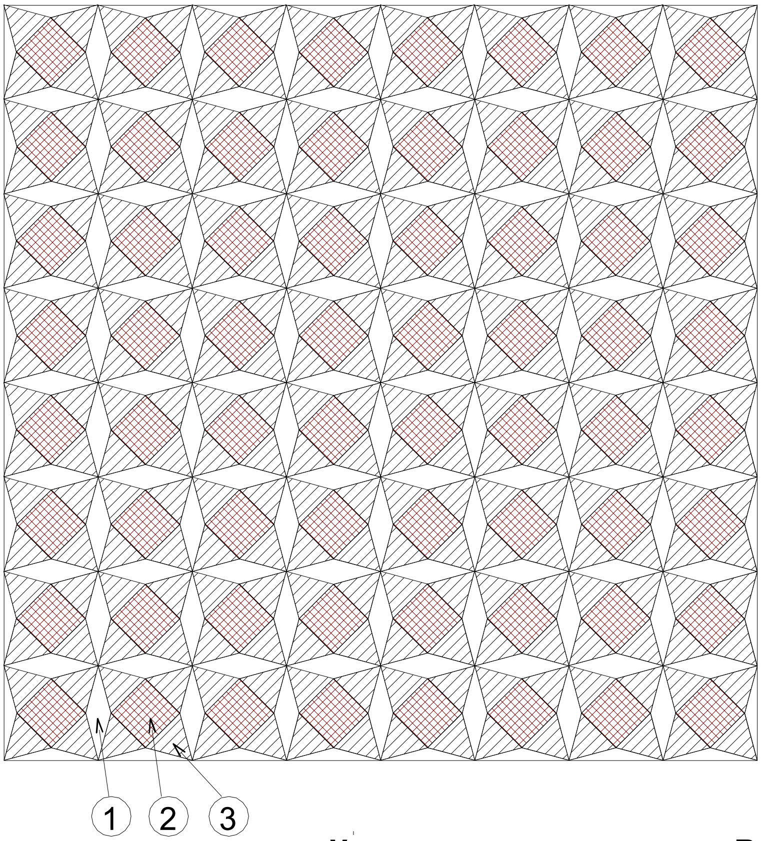
Dans la marqueterie représentée ci-contre, ABCD est un motif carré de côté 10 cm, de centre O, constitué de trois essences de bois (1 2 3)

E est l'intersection des arcs de cercle de rayon 10 cm de centre D et C .

F est l'intersection des arcs de cercle de rayon 10 cm de centre D et A.

G est l'intersection des arcs de cercle de rayon 10 cm de centre A et B.

H est l'intersection des arcs de cercle de rayon 10 cm de centre B et C.



1. Quelle est la nature des triangles DEC, DGH, DGC, du quadrilatère EFGH ?

(2 points)

2. Quelles sont les mesures des angles $H\hat{D}G ; G\hat{D}C \text{ et } D\hat{G}C$?

(1,5 points)

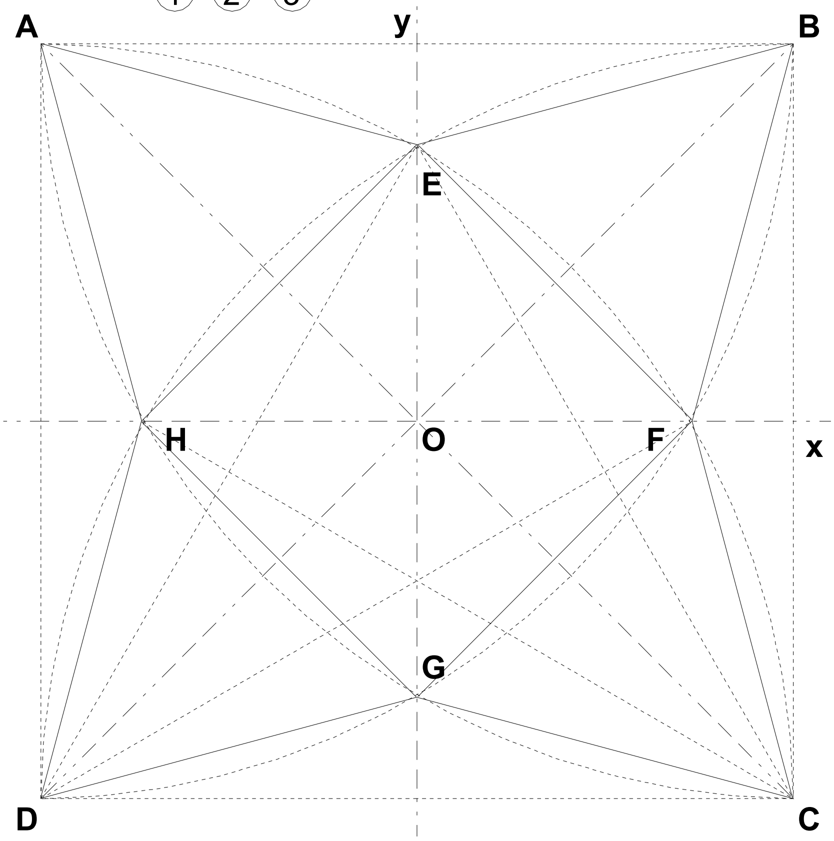
3. Calculer la longueur DG au mm le plus près.

(2 points)

4. Calculer (au mm^2 le plus près) les aires des triangles DGH, DGC et du quadrilatère EFGH

(3 points)

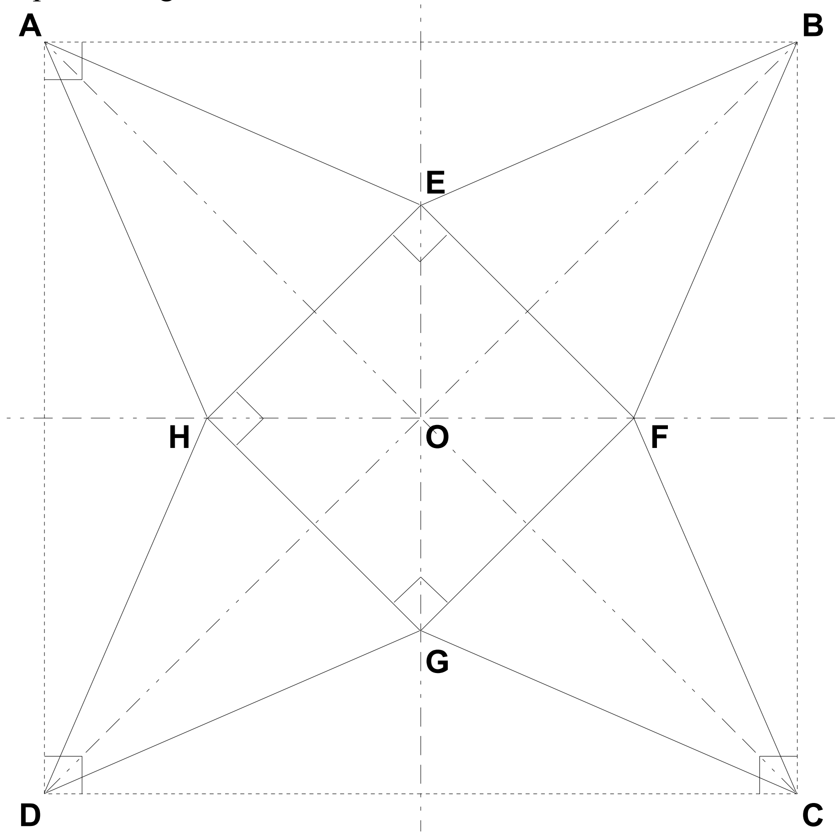
5. Dans la marqueterie représentée au premier dessin, calculer les aires occupées par chacune des trois essences de bois (en cm^2 et en pourcentage de l'aire totale de la marqueterie).



(3,5 points)

PROBLÈME II (16 points)

Dans la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 10 cm, de centre O. EFGH est également un carré de centre O dont la dimension peut changer tout en étant intérieur au carré ABCD. On note OF = x.



1. Entre quelles valeurs peut évoluer x ?

(1 point)

2. Exprimer les aires du carré EFGH, du triangle AEB et du triangle AEH, en fonction de x

(3 points)

3. Soient les fonctions f, g, h, telles que :
   $0 \leq x \leq 5$
   $f(x) = 2x^2 \quad g(x) = -5x + 25$
   $h(x) = -0,5x^2 + 5x$

   a) Déterminer $f'(x)$; $g'(x)$; $h'(x)$

(3 points)

   b) Compléter le tableau de variation des fonctions f, g, h, **en annexe 1**

(3 points)

   c) Tracer dans le repère orthogonal fourni en **annexe 1**, les courbes représentatives des fonctions f, g, h.
   Echelle : 1 cm représente 0,5 en abscisse et 1 cm représente 5 en ordonnée.

(3 points)

   d) Déterminer graphiquement la valeur de x telle que $f(x) = g(x)$

(0,5 point)

   e) Déterminer graphiquement la valeur de x telle que $f(x) = h(x)$

(0,5 point)

   f) Calculer la valeur de x telle que $g(x) = h(x)$

(2 points)

PROBLÈME III (12 points)

On se propose de remplacer des ampoules à incandescence par des ampoules fluorescentes dites à faible consommation. La lampe à incandescence de 100 Watts sous 220 V a un flux lumineux de 1200 lumens, dure 1000 heures et coûte 5 F l'unité ; elle peut être remplacée par une lampe fluorescente de 20 Watts sous 220 V, qui a un flux lumineux de 1200 lumens, dure 8000 heures et coûte 109 F l'unité.

1. Calculer l'intensité absorbée par chaque lampe.

(2 points)

2. En supposant le coût de l'énergie consommée à 0,55 F du kilowattheure, calculer l'énergie puis le coût de revient (prix d'achat et consommation d'énergie) pour chacune des deux lampes pour 1000, 2000, 3000 heures de fonctionnement.

(6 points)

3. Un luxmètre distant d'un mètre de la lampe indique un éclairement de 1200 lux. L'éclairement étant **inversement proportionnel** au **carré de la distance**, quelle valeur indique le luxmètre quand il est distant de deux mètres de la lampe ?
Cet éclairement sera-t-il suffisant pour effectuer une marqueterie sachant que ce type de travail nécessite 500 lux au minimum ?

(4 points)

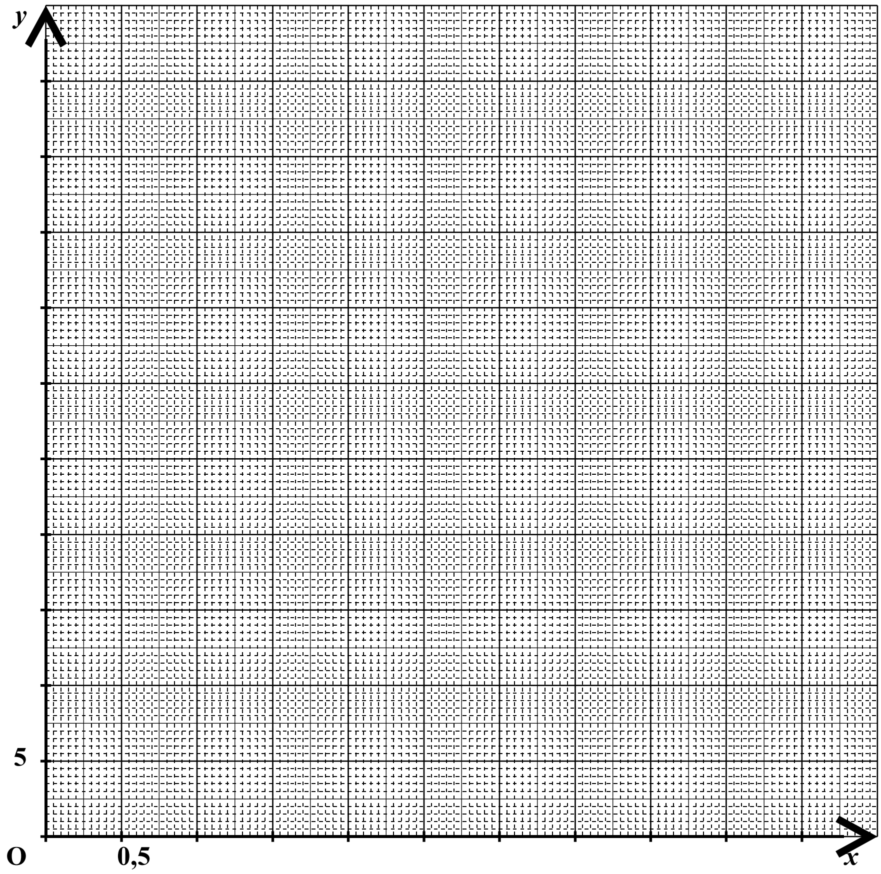
<u>ANNEXE 1 : (à rendre avec la copie)</u>

Tableau de variation des fonction ***f, g, h*** :

x	0 5
f' (x)	
f(x)	

x	0 5
g' (x)	
g(x)	

x	0 5
h' (x)	
h(x)	



FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a\,e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$- \sin x$
$\sin (ax + b)$	$a \cos (ax + b)$
$\cos (ax + b)$	$- a \sin (ax + b)$

Suites arithmétiques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

ELECTRICITE

- Loi d'Ohm relative au résistor : $U = R\,I$
- Loi des noeuds : $I = I_1 + I_2$
- Résistance équivalente à deux résistors
  en série : $R_e = R_1 + R_2$
  en parallèle : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
- Générateur : loi d'Ohm $U = E - R\,I$
- Puissance électrique totale : $P_a = E\,I$
- Puissance utile : $P_u = U\,I$
- Rendement électrique : $r = \frac{P_u}{P_a}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

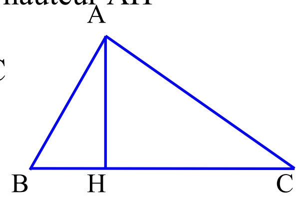
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



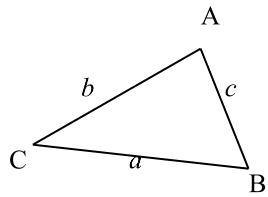
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



Aire du triangle : $A = \frac{ab}{2} \sin \hat{C}$

Suites géométriques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{(n-1)}$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = u_1 \frac{(1-q^n)}{(1-q)}$$

OPTIQUE

Lois de DESCARTES

Loi de la réfraction : $n_1 \times \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Loi de la réflexion : $i = r$