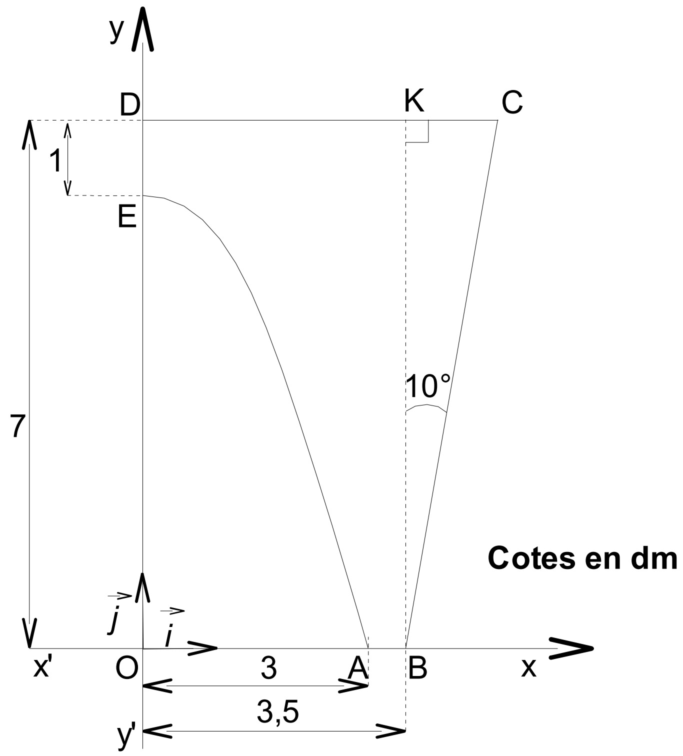
PROBLÈME I (29 points)

Dans un projet de fabrication on se propose d'étudier la forme et le volume de plusieurs éléments d'une table .

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A (13 points)

La coupe ABCDE du pied d'une table est représentée ci-dessous, dans un repère orthonormal.



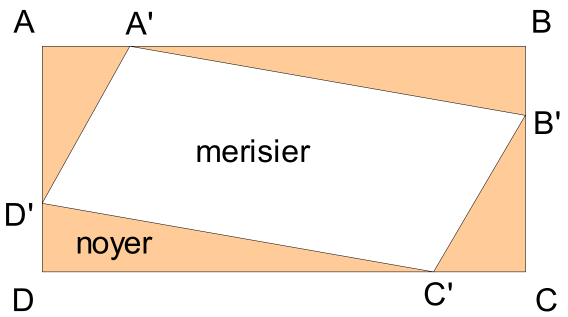
1. Donner les coordonnées des points A, B, D, E, F et K ?
2. Calculer les longueurs BC, DC à 0,01 dm près.
3. L'arc $\overset{\frown}{EA}$ est une portion de parabole d'axe de symétrie y'y. Déterminer son équation sachant qu'elle est de la forme : $\boldsymbol{y = ax^2 + c}$
4. Dans le repère considéré, cet arc de parabole *P* est la représentation d'une fonction $\boldsymbol{f}$ telle que $f(x) = -\dfrac{2}{3}x^2 + 6$; $\boldsymbol{x}$ dans l'intervalle [0 ; 3]

   Calculer $\int_0^3 f(x)\,dx$

   En déduire l'aire du plan limité par y'y, xx' et la parabole *P*.
5. Calculer l'aire de la pièce ABCDE.
6. Chaque pied ayant une épaisseur de 5 centimètres, calculer le volume de bois nécessaire pour réaliser les quatre pieds de la table

PARTIE B (16 points)

Le dessus de la table est un plateau rectangulaire constitué d'un support en chêne massif d'épaisseur 2 centimètres sur le quel on effectue un placage de 1,2 millimètres d'épaisseur en merisier et ne noyer.



Cotes en dm
ABCD est un rectangle
AB = 16
AD = 12
AA' = BB' = CC' = DD' = x

1. Montrer que l'aire du parallélogramme **A'B'C'D'** est égale à :

$$2x^2 - 28\,x + 192$$

2. Soit la fonction g définie par :

$$0 \leq x \leq 12$$

$$g(x) = 2x^2 - 28\,x + 192$$

   a) Déterminer $g'(x)$ et étudier son signe.

   b) Compléter le tableau de variation de la fonction g, **en annexe 1**

   c) Tracer dans le repère orthogonal fourni en **annexe 1**, la courbe représentative de g
   Sur l'axe des abscisses 1 cm représente 1 unité
   Sur l'axe des ordonnées 1 cm représente 20 unités.

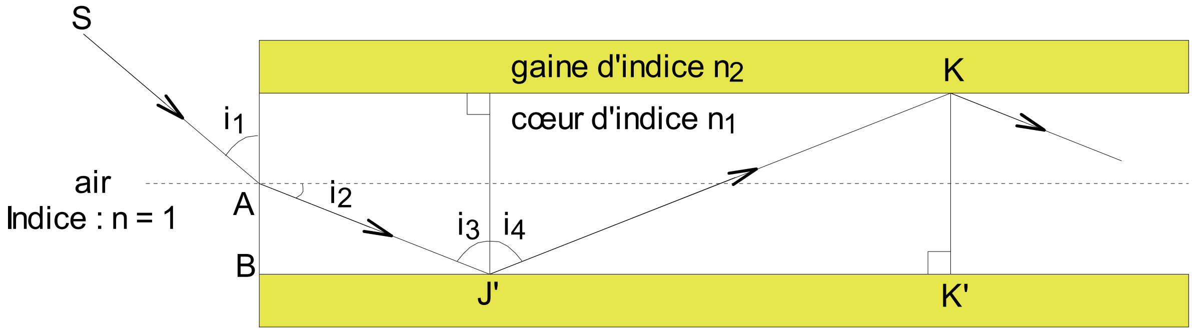
3. Pour quelle valeur de x l'aire du placage en merisier est-elle minimale ?

4. Déterminer la (ou les) valeurs de x pour lesquelles l'aire du placage en merisier est égale à l'aire du placage en noyer.

5. Calculer le volume des différents bois utilisés pour réaliser le plateau dans le cas où $x = 7$.

PROBLÈME N°2 (11 points)

Une fibre optique « à saut d'indice » de longueur 1 mètre est constituée d'un cœur cylindrique homogène de diamètre 1 millimètre, d'indice n_1 = 1,5 entouré d'une gaine cylindrique homogène de même axe et d'indice n_2 = 1,48.



Un rayon lumineux vient frapper la face d'entrée en A sous l'angle d'incidence i_1. En J', il y a réflexion totale du rayon lumineux AJ' si l'angle i_3 est supérieur à la valeur θ qui vérifie l'agalité : $n_1 \sin \theta = n_2$.

1. Calculer θ au degré près.
2. $i_1 = 35°$
   a) Calculer l'angle i_2, en déduire i_3. (résultats à 1 degré près)
   b) La réflexion du rayon lumineux est-elle totale ou partielle ? Justifier.

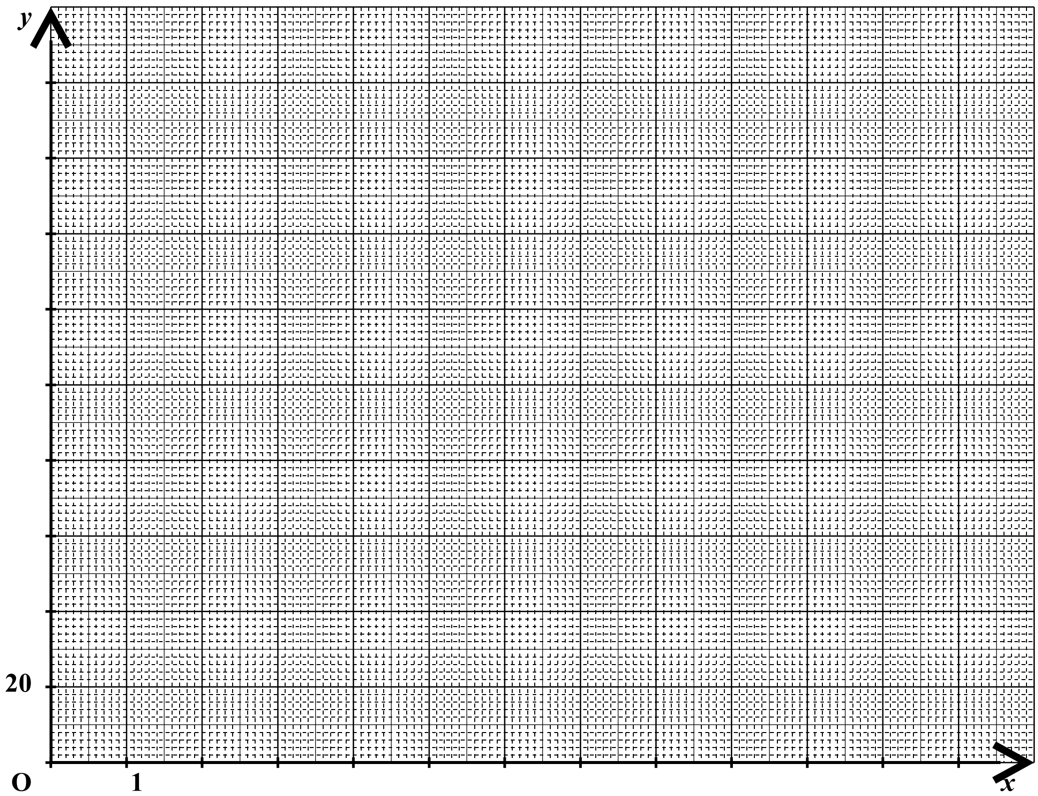
3.

   a) Déterminer l'angle d'incidence i_1, qui permet d'obtenir un angle i_3 égal à 83°.
   b) Si $i_3 = 83°$, quelle est la valeur de i_4 ?
   Calculer AJ', BJ', J'K', J'K à un centième de millimètre près.
   En déduire le nombre de réflexions subies par le rayon AJ' à l'intérieur de la fibre.

ANNEXE 1 : (à rendre avec la copie)

Tableau de variation de la fonction g:

x	0	12
$g'(x)$		
$g(x)$		



FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a\, e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin (ax + b)$	$a \cos (ax + b)$
$\cos (ax + b)$	$-a \sin (ax + b)$

Suites arithmétiques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

ELECTRICITE

- Loi d'Ohm relative au résistor : $U = R\,I$
- Loi des noeuds : $I = I_1 + I_2$
- Résistance équivalente à deux résistors
  en série : $R_e = R_1 + R_2$
  en parallèle : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
- Générateur : loi d'Ohm $U = E - R\,I$

Relations métriques dans le triangle rectangle

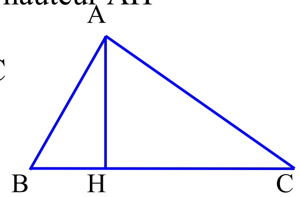
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



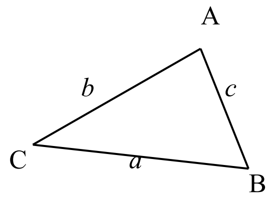
$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$



Aire du triangle : $A = \frac{ab}{2} \sin \hat{C}$

Suites géométriques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{(n-1)}$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = u_1 \frac{(1 - q^n)}{(1 - q)}$$

OPTIQUE

Lois de DESCARTES

Loi de la réfraction : $n_1 \times \sin \hat{\imath}_1 = n_2 \sin \hat{\imath}_2$

Loi de la réflexion : $i = r$