<u>PARTIE A</u> (20 points) : Figure 1 sur annexe 1

Un objet de section rectangulaire (ABCD) a pour axe de symétrie la bissectrice des deux miroirs plans perpendiculaires entre-eux. Un observateur regarde cet objet, un œil placé en I, à 4 mètres de la face BC.

1. Construire les images obtenues par réflexion de l'objet (ABCD).
   On note respectivement A', B', C', D' les points obtenus par réflexion de A, B, C, D par rapport au miroir 1 et A'', B'', C'', D'' ceux obtenus par réflexion de A, B, C, D par rapport au miroir 2.

2. Donner les coordonnées des points A, B, C, D, A', B', C', D' et A'', B'', C'', D'' dans le repère orthonormé (O, Ox, Oy).

3. L'œil placé en I(0 ; 7) regarde cet objet :
   a) Tracer les faisceaux lumineux directs et réfléchis que l'œil reçoit de l'objet.
   b) Calculer $\tan(\widehat{EIB})$; $\tan(\widehat{FIB'})$; $\tan(\widehat{FIA'})$; $\tan(\widehat{GID'})$
   En déduire les angles sous lesquels l'œil voit la face BC, soit $\widehat{BIC}$; la face AB, soit $\widehat{A'IB'}$ et la face AD, soit $\widehat{A'ID'}$ (angles au degré près).

4. L'observateur se déplace sur l'axe Oy, les coordonnées de l'œil sont alors : I(0 ; $\boldsymbol{e}$).
   a) Exprimer $\tan(\widehat{FIB'})$ en fonction de $\boldsymbol{e}$
   b) Soit $\alpha = 2\ \widehat{FIB'}$, l'angle sous lequel l'objet (ABCD) est totalement vu depuis la position I. Compléter le tableau de valeurs **en annexe 2**
   c) Représenter dans le repère orthonormé fourni en **annexe 2**, la courbe représentant les variations de α en fonction de $\boldsymbol{e}$.
   Sur l'axe des abscisses 1 cm représente 1 m.
   Sur l'axe des ordonnées 1 cm représente 10°.
   d) On dispose d'un appareil photo où l'angle de prise de vue peut évoluer de 24 à 59°. Déterminer graphiquement la valeur de $\boldsymbol{e}$ correspondante et en déduire la distance à laquelle on peut placer l'appareil par rapport à la face BC de l'objet.

La question 4 est indépendante.

PARTIE B (20 points) : Figure 2 sur annexe 3

Soit une pyramide à base carrée de côté 10 cm et de hauteur 20 cm, dont la face latérale HAD est perpendiculaire à la base ABCD.

1. Calculer la longueur des arêtes HA et HB, puis la hauteur HK (résultats au mm près).
   Donner la nature des triangles HAB et HBC.
2. Calculer l'aire totale de toutes les faces de cette pyramide.
3. Calculer les angles $\widehat{HAD}$, $\widehat{HBC}$, $\widehat{HBA}$ et $\widehat{HKO}$ (au degré près).
4. Calculer le volume de cette pyramide (au cm^3 près).
   Cette pyramide repose horizontalement sur sa base et est remplie par un liquide jusqu'à la hauteur OO' = ***h***.
   a) Exprimer le côté A'B' en fonction de ***h***.
   b) Exprimer l'aire de la petite base A'B'C'D' (appelée ***b***) en fonction de ***h***.
   c) Exprimer le volume de liquide contenu dans le tronc de pyramide de grande base ABCD, de petite base A'B'C'D' et de hauteur OO' en fonction de ***h***.
   d) Calculer alors le volume de liquide dans le cas où ***h*** = 10 cm (au cm^3 près).
5. Le volume du tronc de pyramide est défini par la fonction ***V***, sur l'intervalle [0 ; 20] par :

$$V(x) = \frac{1}{12}\, x^3 - 5\, x^2 + 100\, x$$

   a) Donner l'expression de la fonction dérivée $V'(x)$.
   b) Compléter le tableau de variation de la fonction ***V*** **en annexe 2**.

RAPPELS :

Volume du tronc de pyramide de hauteur ***h*** et d'aires de base ***B*** et ***b*** : $V = \frac{1}{3} h(B + b + \sqrt{Bb})$

ANNEXE 1 : figure 1

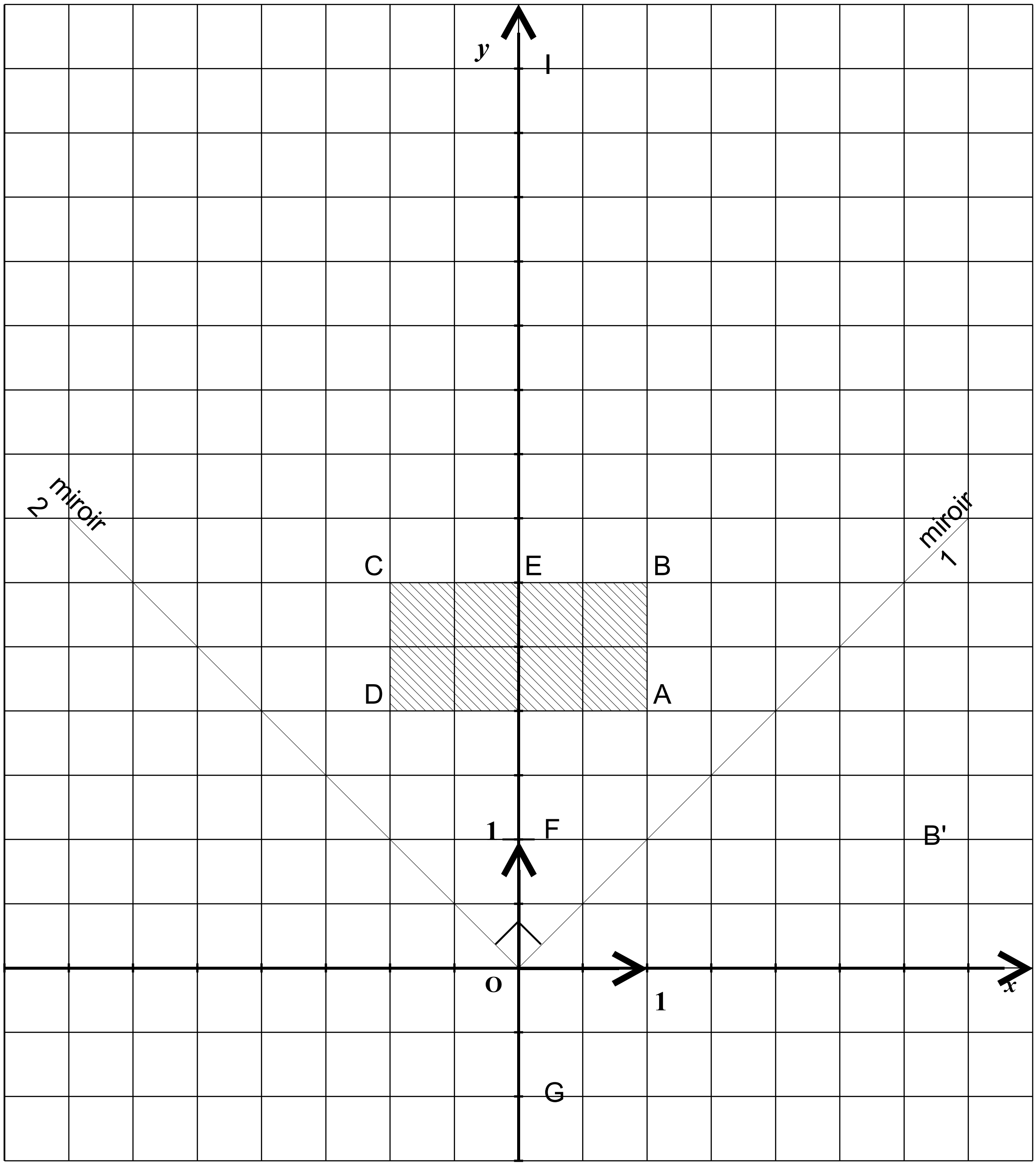
Loi de la réflexion :

Un miroir plan donne d'un objet, une image symétrique de l'objet, par rapport au plan du miroir.

La lumière se réfléchit suivant les lois de DESCARTES :

- Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale au point d'incidence.
- L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

PARTIE A

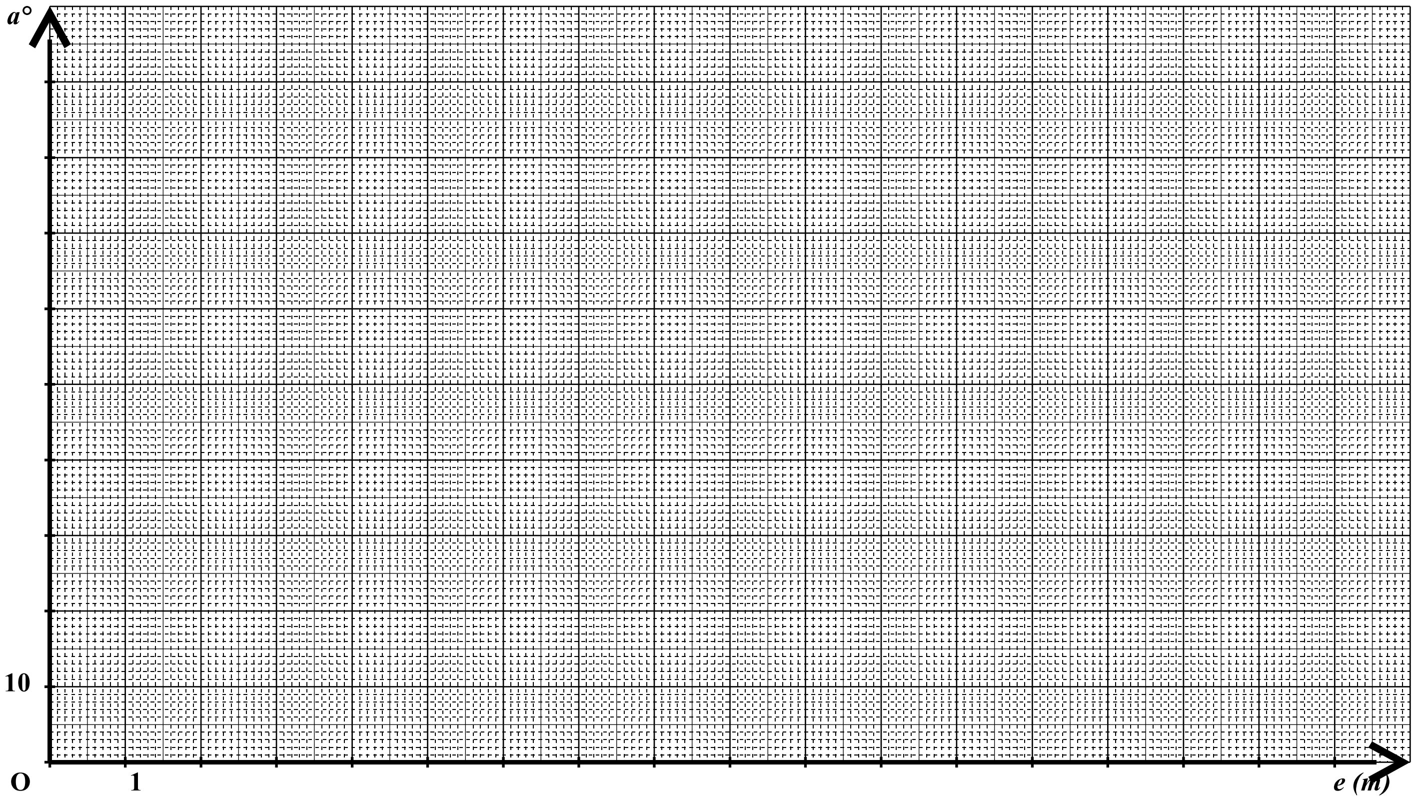


ANNEXE 2 : (à rendre avec la copie)

PARTIE A

Tableau de valeurs

e	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\tan(\widehat{FIB'})$												
$\widehat{FIB'}$												
$\alpha°$												

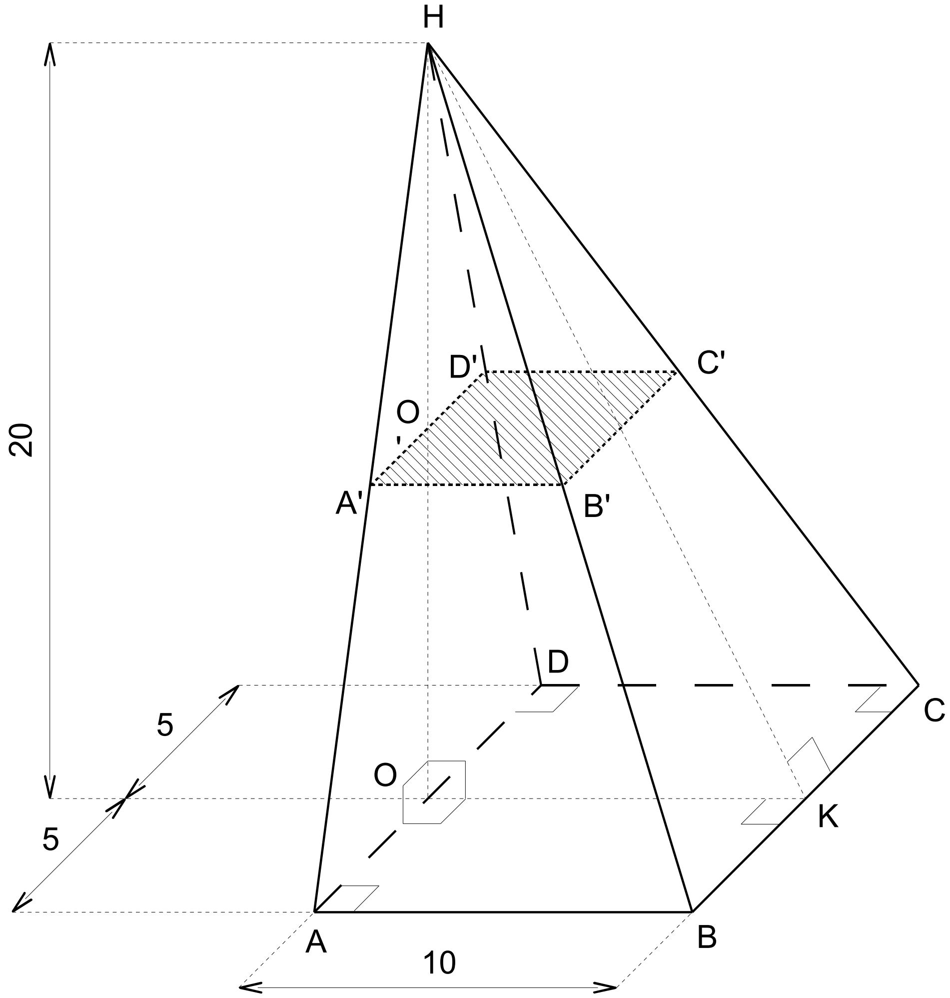


PARTIE B

Tableau de variation de la fonction V:

x	0 20
$V'(x)$.	
$V(x)$	

ANNEXE 3 : figure 2



Cotes en

FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a\,e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$

Suites arithmétiques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

Suites géométriques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{(n-1)}$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = u_1 \frac{(1 - q^n)}{(1 - q)}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

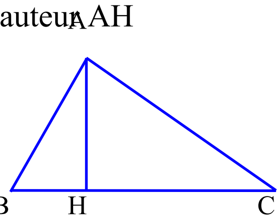
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



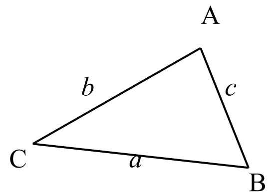
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC};\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC};\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \hat{A}$$



Aire du - triangle : $A = \frac{ab}{2}\sin \hat{C}$