PROBLÈME 1

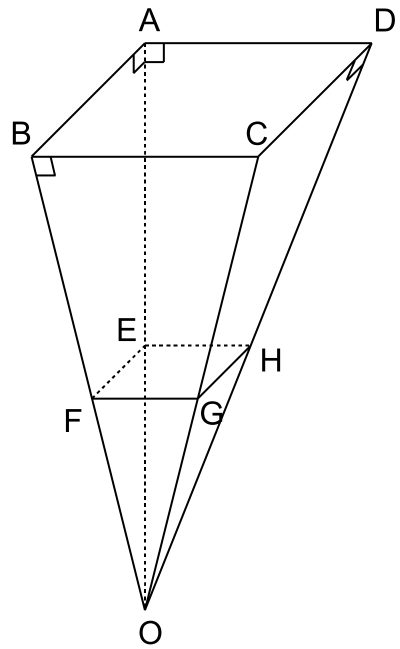
L'amortissement comptable d'une machine-outil acquise à un prix V est calculé de la manière suivante :

- A la fin de la première année, le premier amortissement A_1 est t % de V ; la valeur de la machine à l'inventaire de fin d'année étant alors $V_1 = V - A_1$.
- A la fin de chaque année suivante, l'amortissement est t % de la valeur du précédent inventaire.

Soit V_n la valeur de la machine et A_n l'amortissement à la fin de la n$^{\text{ième}}$ année.

1. Déterminer la relation qui lie V_1 à V et t, puis celle qui lie V_n à V_{n-1} et t.
2. Exprimer V_n en fonction de V et de n, puis A_n en fonction de V et de n.
3. Déterminer le prix V de la machine si $t = 25$ et si le troisième amortissement est $A_3 = 5\,062{,}50$ F.

PROBLÈME 2



On considère le tronc de pyramide à base carrée suivant :

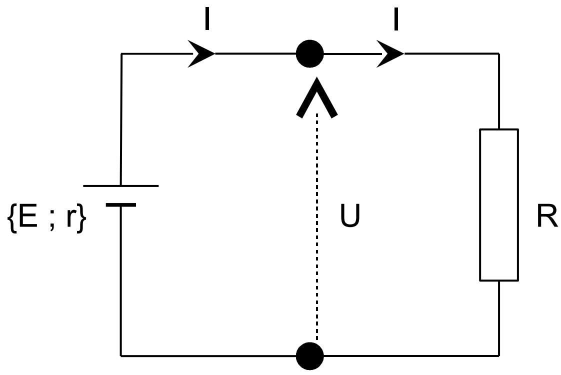
Les plans (ABD) et (EFH) sont parallèles, la droite (AE) est perpendiculaire au plan (ABD), la droite (BF) est perpendiculaire à la droite (BC) et la droite (DH) est perpendiculaire à la droite (DC).

On donne AB = 10 cm ; EF = 3 cm et AE = 30 cm.

1. Calculer les longueurs BF, DH et CG au mm près.
2. Calculer l'angle entre les plans (BCG) et (DCG) d'intersection (CG), au dixième de degré près.
3. Calculer l'aire latérale de ce tronc de pyramide à 0,1 cm^2 près.
4. Calculer la hauteur de la pyramide ABCDO de sommet O de la quelle est extrait le tronc de pyramide ABCDEFGH puis calculer le volume de ce dernier.
5. Vérifier que le tronc de pyramide pouvait aussi être obtenu à l'aide de la relation : $V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{B\,b})$, B désignant l'aire de ABCD, b l'aire de EFGH et h la longueur AE.

PROBLÈME 3

Un générateur électrique de force électromotrice E et de résistance interne r est associé à un résistor de résistance R.



1. Montrer que la puissance utile P_u fournie par le générateur s'exprime par : $P_u = - r I^2 + E I$.
2. On donne $r = 0{,}5\ \Omega$, $E = 12$ V et l'on pose $P_u = y$ (en watts), $I = x$ (en ampères)
   - 2.1. Exprimer y en fonction de x,
   - 2.2. Soit $y = f(x)$, l'expression obtenue précédemment, donner l'expression de sa dérivée $f'(x)$,
   - 2.3. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 24] et compléter le tableau de variation de cette fonction donné **en annexe 1**.
   - 2.4. Représenter graphiquement cette fonction f sur l'intervalle [0 ; 24]. On prendra :
     - en abscisses : 1 cm pour 2 A,
     - en ordonnées : 1 cm pour 10 W.
3. A l'aide des questions précédentes, déterminer la puissance maximale que peut fournir le générateur, ainsi que l'intensité du courant pour laquelle elle est obtenue.
4. On donne $R = 23{,}5\ \Omega$. La puissance utile fournie par le générateur étant intégralement dissipée par effet Joule dans le résistor, déterminer l'intensité qui parcourt le résistor.

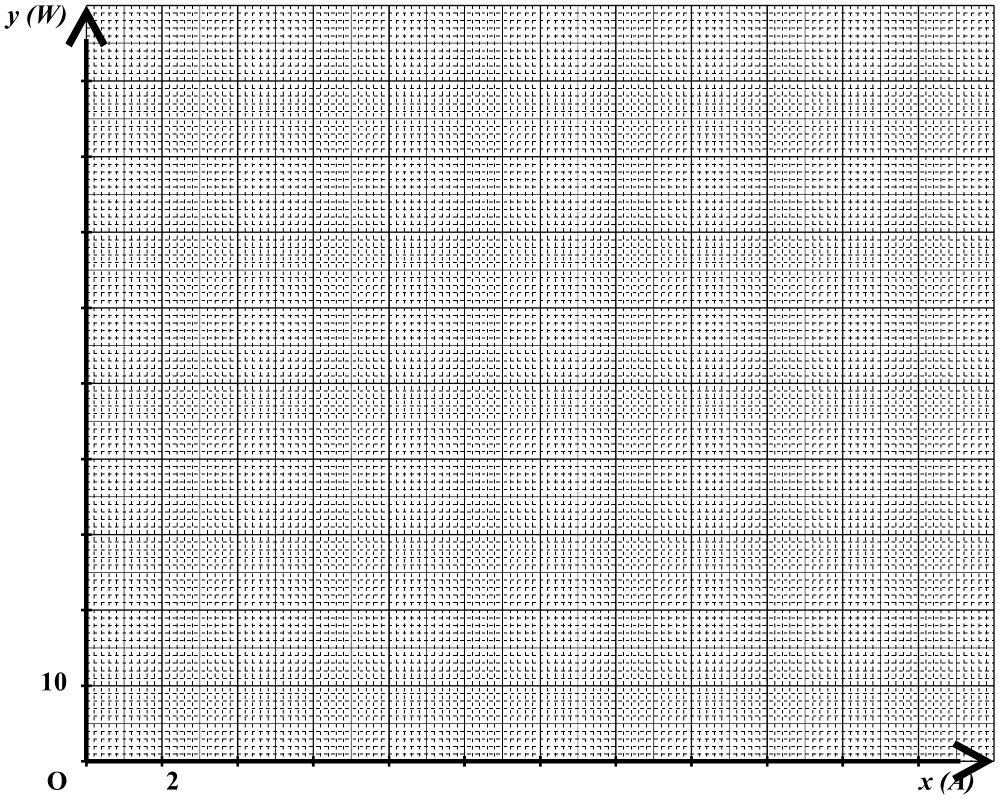
DOCUMENT :

- La différence de potentiel U entre les bornes d'un générateur de force électromotrice E, de résistance interne r et débitant un courant d'intensité I, s'exprime par :
  $U = E - r I$
  - U : en volts (V)
  - E : en volts (V)
  - r : en ohms (Ω)
  - I : en ampères (A)
- La puissance utile P_u fournie par un générateur débitant un courant d'intensité I sous une différence de potentiel U, s'exprime par :
  $P_u = U I$
  - P_u : en watts (W)
  - U : en volts (V)
  - I : en ampères (A)
- La puissance P_j dissipée par effet Joule dans un résistor de résistance R parcouru par un courant d'intensité I, s'exprime par :
  $P_j = R I^2$
  - P_j : en watts (W)
  - R : en ohms (Ω)
  - I : en ampères (A)

<u>**ANNEXE 1 : (à rendre avec la copie)**</u>

Tableau de variation de la fonction ***f***:

x	0	24
$f'(x)$.		
$f(x)$		



FORMULAIRE

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a\,e^{ax}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax + b)$	$a\cos(ax + b)$
$\cos(ax + b)$	$-a\sin(ax + b)$

Suites arithmétiques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$$

Suites géométriques :

Terme de rang 1 : u_1 ; raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{(n-1)}$

Somme des n premiers termes :

$$S_n = u_1 \frac{(1 - q^n)}{(1 - q)}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

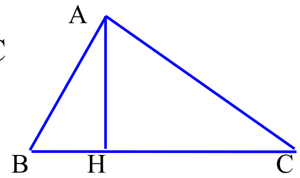
ABC rectangle en A, hauteur AH

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \times BC = AB \times AC$

$AB^2 = BH \times BC$

$AH^2 = BH \times CH$



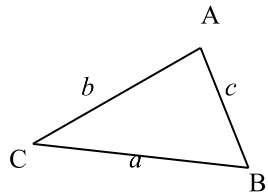
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

R : rayon du cercle circonscrit.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \hat{A}$$



Aire du - triangle : $A = \frac{ab}{2}\sin \hat{C}$