

9. Systèmes d'équations et d'inéquations

I. 1 - Dans le plan rapporté au repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire sur le graphique suivant, les droites (D_1) , (D_2) , (D_3) , (D_4) d'équation :

$(D_1) : y = -2x + 3$

x
y

$(D_2) : y = 3x - 2$

x
y

$(D_3) : y = 2$

x
y

$(D_4) : y = -2x - 1$

x
y

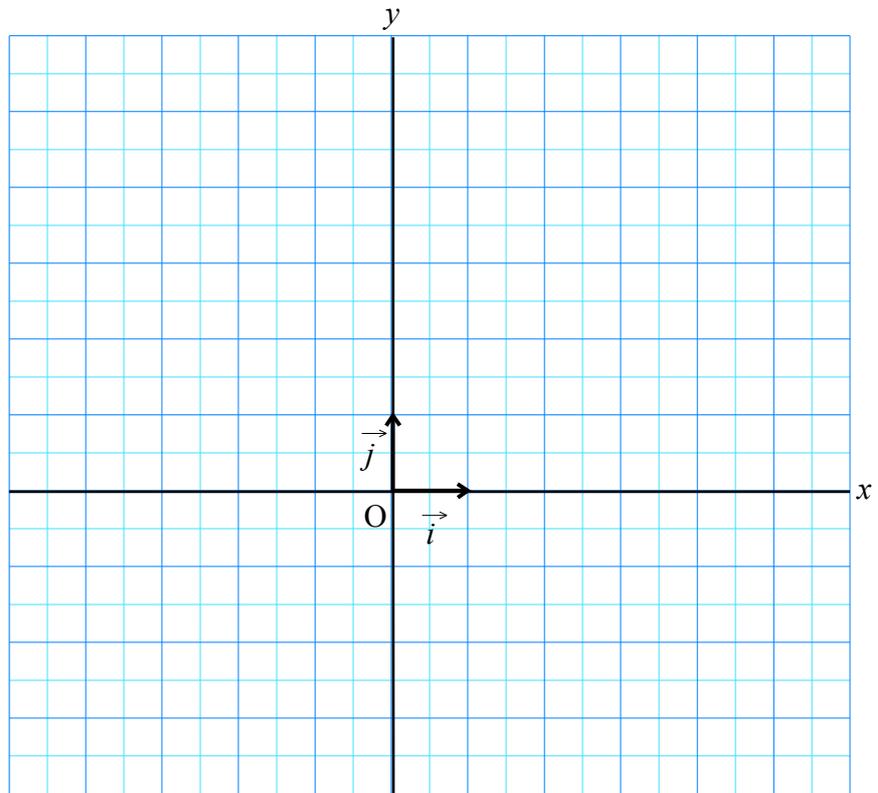


Fig. 1

2 - En utilisant le graphique précédent, résoudre les systèmes :

$(S_1) : \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

$(S_2) : \begin{cases} -2x - y + 3 = 0 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$

$(S_3) : \begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

9. Systèmes d'équations et d'inéquations

III. Systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues

Soit le système (S) :

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 & (e_1) \\ x + 3y + 5 = 0 & (e_2) \end{cases}$$

1. Résoudre ce système par "substitution", en énonçant les différentes étapes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Résoudre ce système par "addition", en énonçant les différentes étapes.

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 & (e_1) \\ x + 3y + 5 = 0 & (e_2) \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Résoudre graphiquement ce système, figure 3, en énonçant les différentes étapes.

$$2x - y - 4 = 0 \quad (e_1)$$

x	
y	

.....

.....

.....

$$x + 3y + 5 = 0 \quad (e_2)$$

x	
y	

.....

.....

.....

.....

.....

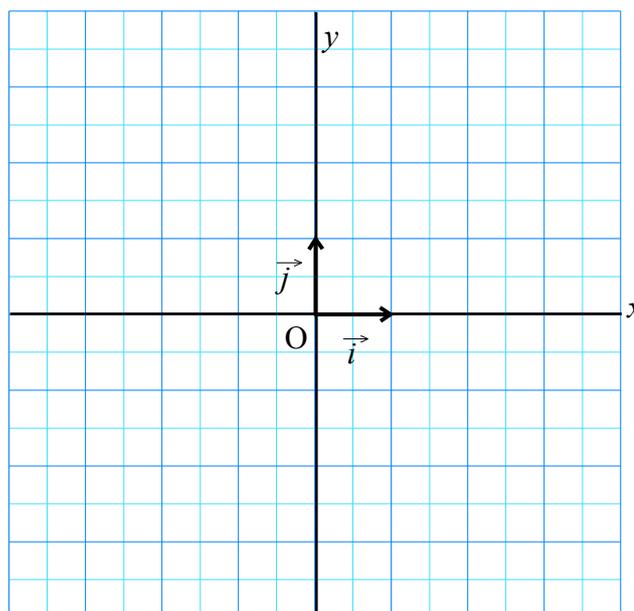


Fig. 3

9. Systèmes d'équations et d'inéquations

IV. Systèmes linéaires d'inéquations à deux inconnues

1. Construire, en figure 4, la droite d'équation $y = -2x + 3$ dans le plan rapporté au repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

$$y = -2x + 3 \quad \begin{array}{c|c} x & \dots\dots\dots \\ \hline y & \dots\dots\dots \end{array}$$

→

2. Hachurer, sur la figure 4, l'ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ telles que $y > -2x + 3$.

3. Déterminer la relation vérifiée par les coordonnées $(x ; y)$ de l'ensemble des points M de la partie du plan non hachurée à la question 2.

.....

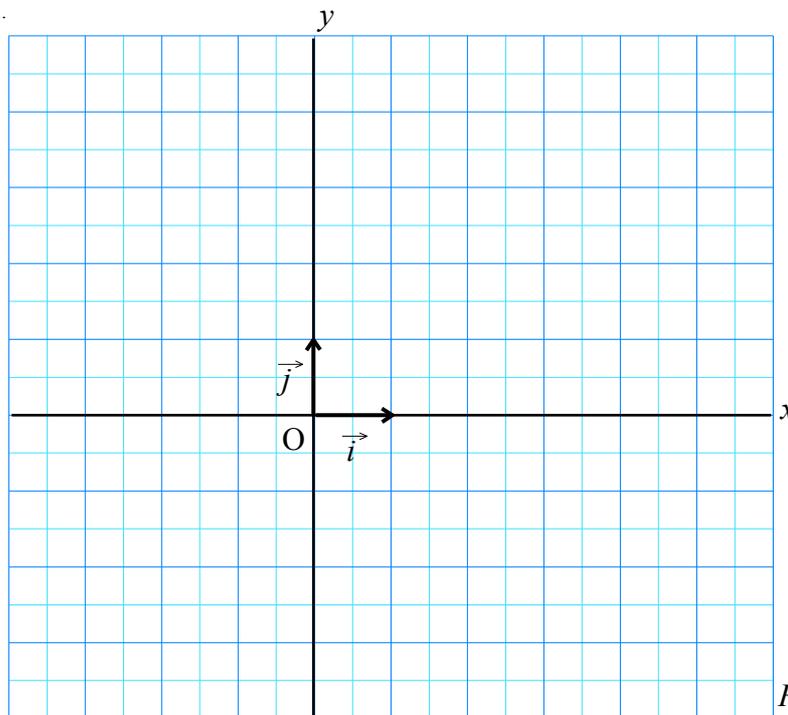


Fig. 4

4. Généralisation :

On considère la droite d'équation $y = ax + b$. Cette droite partage le plan en trois parties.

Compléter :

- "Au dessus", le demi-plan ouvert (sans la droite), ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ telles que :

- La droite, ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ telles que :

- "En dessous", le demi-plan ouvert (sans la droite), ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ telles que :

9. Systèmes d'équations et d'inéquations

V. Dans le plan rapporté au repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , figure 5, tracer les droites d'équations $y = -x + 2$ et $y = 3x + 1$ puis hachurer l'ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ telles que :

$y > -x + 2$ et $y < 3x + 1$

$y = -x + 2$

x
y

 représenté par (D₁)

$y = 3x + 1$

x
y

 représenté par (D₂)

$y > -x + 2$ et $y < 3x + 1$

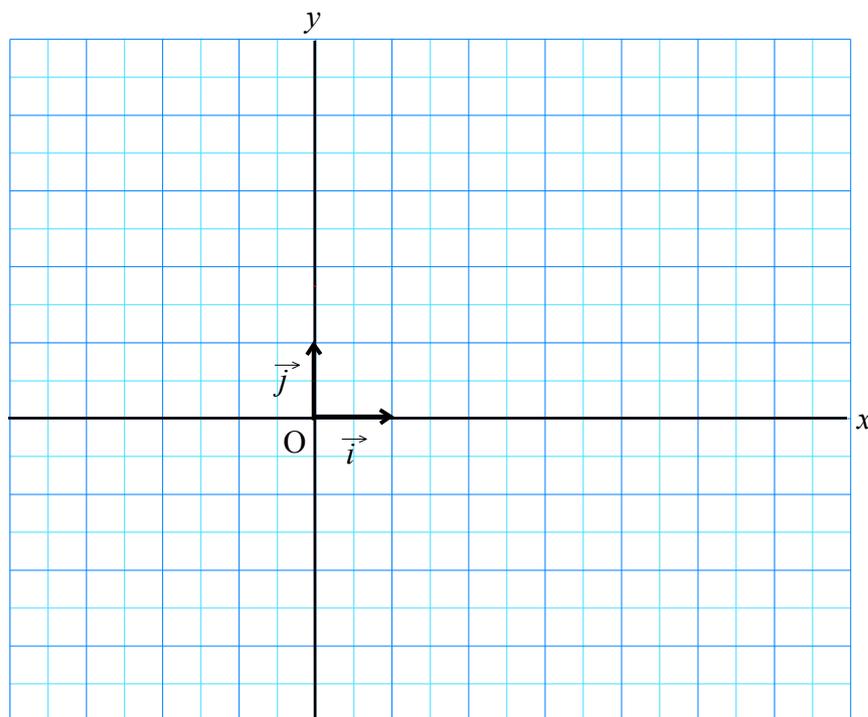


Fig. 5

9. Systèmes d'équations et d'inéquations

VI. Résoudre, en figure 6, le système suivant en énonçant les différentes étapes :

$$\begin{cases} x + y - 2 < 0 & \text{(Hachurer les parties du plan à éliminer pour faire apparaître "en clair" \\ x - y + 2 > 0 & \text{l'ensemble des solutions)} \\ y + 2 > 0 \end{cases}$$

$x + y - 2 = 0$

x
y

$x + y - 2 < 0$

$x - y + 2 = 0$

x
y

$x - y + 2 > 0$

$y + 2 = 0$

x
y

$y + 2 > 0$

Solution du système :

.....

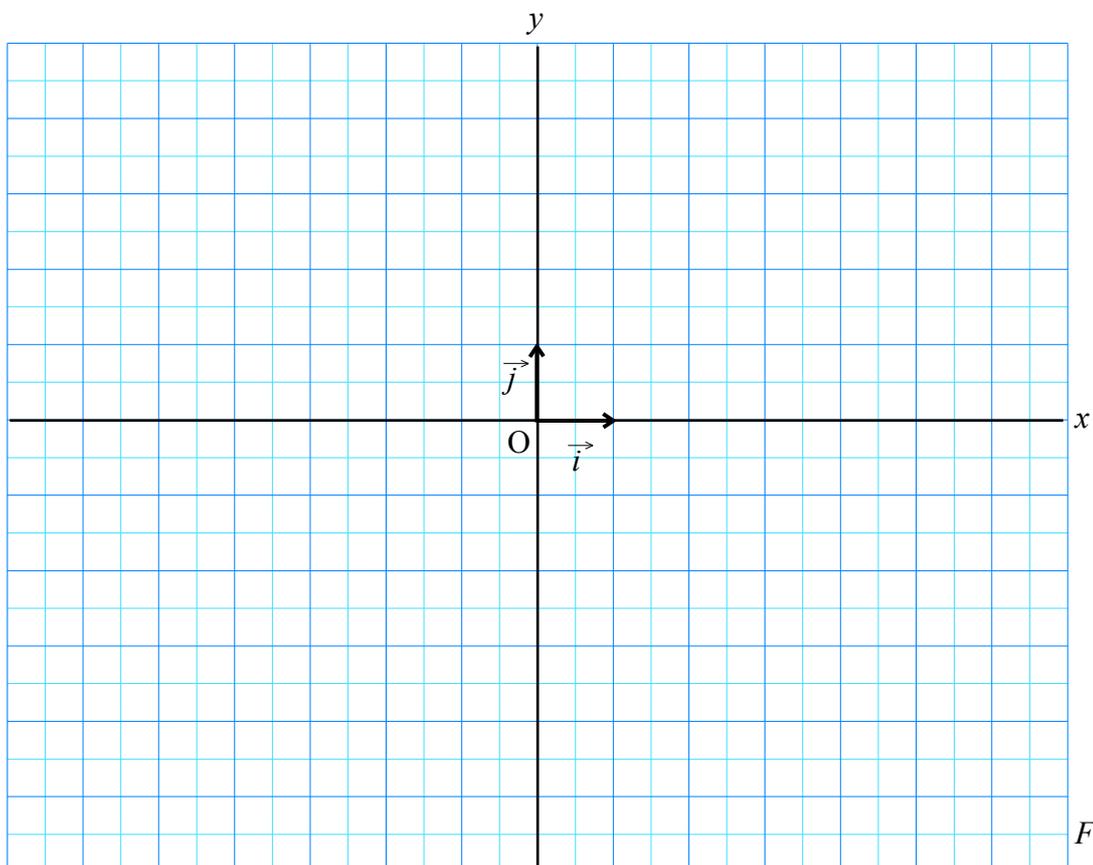


Fig. 6

9. Systèmes d'équations et d'inéquations

VIII. Exemple de contraintes de fabrication

Un artisan fabrique deux types de jouets A et B en bois.

Le jouet A nécessite 0,5 heure de travail et 3 kg de bois.

Le jouet B nécessite 1 heure de travail et 2 kg de bois.

Chaque jour, l'artisan dispose de 24 kg de bois, travaille au plus 8 heures et limite sa production de jouets A à 7 unités.

On désigne par x et y les nombres respectifs de jouets A et B fabriqués chaque jour.

1. Montrer que les entiers naturels x et y vérifient le système :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 7 \\ y \geq 0 \\ 0,5x + y \leq 8 \\ 3x + 2y \leq 24 \end{cases}$$

2. Résoudre ce système graphiquement, figure 8.

$0 \leq x \leq 7$

$y \geq 0$

$0,5x + y \leq 8$

$3x + 2y \leq 24$

