# 2. Equations et inéquations du second degré

## I- Exemples de résolution simple

**1.** Résoudre dans **R** les équations suivantes :

($E_1$) : $- 3x + 4 = 0$

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

($E_2$) : $(- 3x + 2)(4x + 1) = 0$

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

**Rappel :** Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

**2.** Factoriser puis résoudre dans **R** les équations suivantes :

($E_3$) : $5x^2 - 15x = 0$

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

($E_4$) : $x^2 - 10x + 25 = 0$

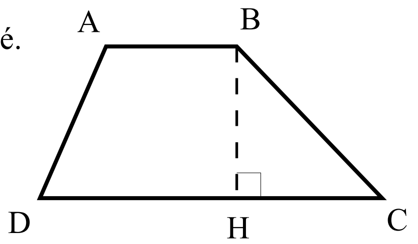
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

**3.** Problème conduisant à la résolution d'équation du second degré.
ABCD est un trapèze tel que DC = 20 cm et AB = BH = $x$.
a) Exprimer l'aire du trapèze en fonction de $x$



……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

**Rappel :** L'aire d'un trapèze de bases $b$ et $B$ et de hauteur $h$ est $A = \frac{1}{2}(b + B) \times h$.

b) L'aire du trapèze est de 22 cm$^2$. Quelle équation obtient-on ?

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

c) Développer, réduire et ordonner $P(x) = (x - 2)(x + 22)$.

……………………………………………………………………

d) En déduire les solutions de l'équation obtenue à la question 3. b) et la valeur de $x$ pour laquelle l'aire du trapèze est de 22 cm$^2$.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

# 2. Equations et inéquations du second degré

**4.** Résoudre dans **R** les inéquations suivantes :

$(I_1) : 2\,x + 3 > 0$

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

$(I_2) : -\,4\,x + 1 > 0$

..........................................................................................

..........................................................................................

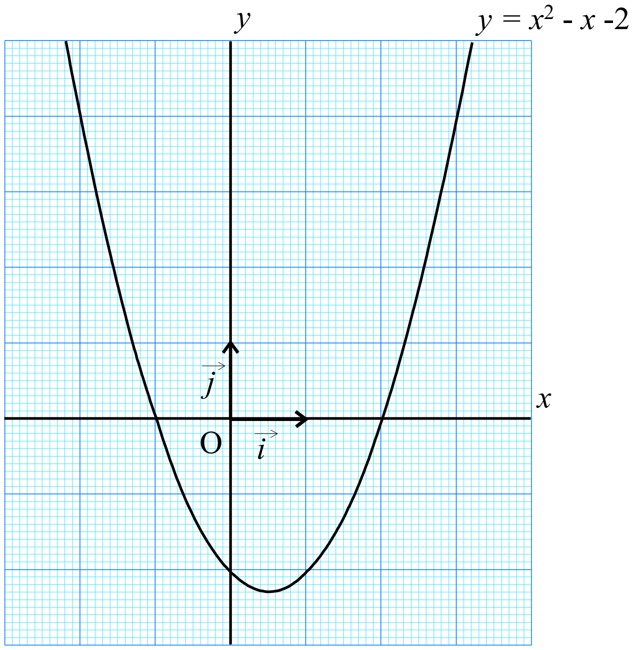
..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

**5.** Dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la parabole d'équation $y = x^2 - x - 2$.

Résoudre graphiquement l'équation $x^2 - x - 2 = 0$.



..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

# 2. Equations et inéquations du second degré

## II- Résolution de l'équation $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ dans R, $a \neq 0$

On appelle équation du second degré une équation de la forme $\boldsymbol{a\,x^2 + b\,x + c = 0}$ avec $a \neq 0$.

$\boldsymbol{a}$ est le coefficient de $x^2$, $\boldsymbol{b}$ le coefficient de $x$, $\boldsymbol{c}$ le terme constant.

**1.** Pour chaque équation du second degré proposée :

- donner le valeur des coefficients $a$, $b$ et $c$

| Equation | $a$ | $b$ | $c$ | $\Delta$ | $x_1$ | $x_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x^2 + 3x + 1 = 0$ | ...... | ...... | ...... | .............................................. | .............................................. | .............................................. |
| $-3x^2 + 2x + 5 = 0$ | ...... | ...... | ...... | .............................................. | .............................................. | .............................................. |
| $\frac{1}{3}x^2 + 3x + 10 = 0$ | ...... | ...... | ...... | .............................................. | .............................................. | .............................................. |
| $\frac{1}{9}x^2 + 2x + 9 = 0$ | ...... | ...... | ...... | .............................................. | .............................................. | .............................................. |

- calculer la valeur du nombre réel $\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4\,a\,c}$ appelé **discriminant**.
- calculer, quand cela est possible, les valeurs de $x_1$ et $x_2$ telle que : $x_1 = \frac{(-b - \sqrt{\Delta})}{(2a)}$ ; $x_2 = \frac{(-b + \sqrt{\Delta})}{(2a)}$ (si cela n'est pas possible, indiquer la raison)
- vérifier que $x_1$ et $x_2$ sont solutions de l'équation.

..............................................................................................................................................................

..............................................................................................................................................................

..............................................................................................................................................................

..............................................................................................................................................................

..............................................................................................................................................................

**2.** Que conclure sur l'existence et le nombre de solutions de l'équation $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ ?

..............................................................................................................................................................

..............................................................................................................................................................

**3.** Généralier et compléter les phrases :

- le nombre de solutions dans R de l'équation $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ dépend
  ..........................................................................................................................................................
- si $\Delta < 0$ l'équation ..........................................................................................................
- si $\Delta = 0$ l'équation ..........................................................................................................
- si $\Delta > 0$ l'équation ..........................................................................................................

# 2. Equations et inéquations du second degré

**4.** Résoudre dans **R** les équations suivantes :

($E_1$) : $x^2 - 10\,x + 24 = 0$

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

($E_2$) : $x^2 + x + 1 = 0$

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

($E_3$) : $9\,x^2 + 12\,x + 4 = 0$

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

($E_4$) : $-2\,x^2 + 3\,x + 2 = 0$

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

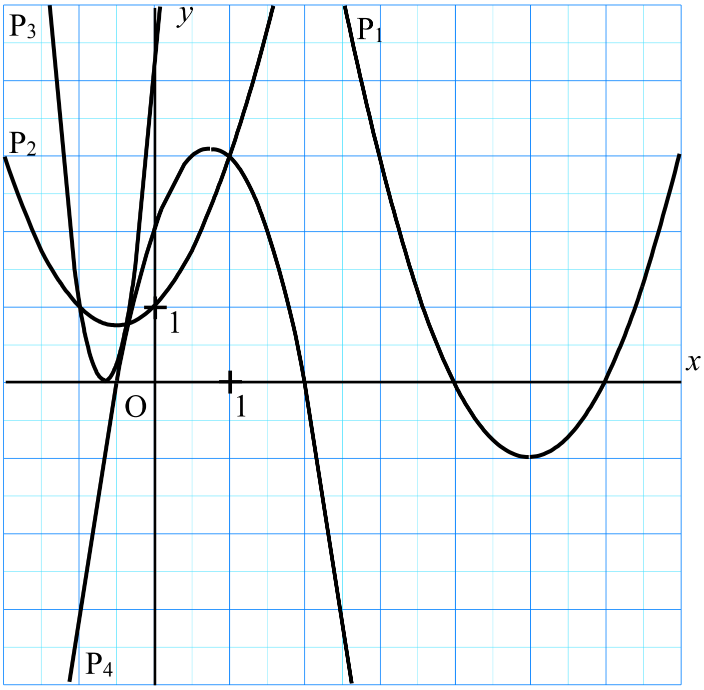
..........................................................................................

**5. Interprétation géométrique**

Pour chaque cas vu précédemment, on considère la parabole d'équation $y = a\,x^2 + b\,x + c$.

A partir du tracé, (figure ci-dessous), des paraboles d'équation :

$P_1 : y = x^2 - 10\,x + 24$ ; $P_2 : y = x^2 + x + 1$ ; $P_3 : y = 9\,x^2 + 12\,x + 4$ ; $P_4 : y = -2\,x^2 + 3\,x + 2$



- résoudre graphiquement
  ($E_1$) : $x^2 - 10\,x + 24 = 0$,

  ..............................................................

  ..............................................................

  ..............................................................

- résoudre graphiquement
  ($E_2$) : $x^2 + x + 1 = 0$,

  ..............................................................

  ..............................................................

- résoudre graphiquement
  ($E_3$) : $9\,x^2 + 12\,x + 4 = 0$,

  ..............................................................

  ..............................................................

  ..............................................................

- résoudre graphiquement ($E_4$) : $-2\,x^2 + 3\,x + 2 = 0$,

  ..................................................................................................................................................

# 2. Equations et inéquations du second degré

## III- Factorisation du polynôme du second degré

**1.** Résoudre dans **R** les équations suivantes :

($E_1$) : $3x^2 + 5x - 2 = 0$

..............................................................................

..............................................................................

..............................................................................

..............................................................................

($E_2$) : $-2x^2 + 1{,}5x + 0{,}5 = 0$

..............................................................................

..............................................................................

..............................................................................

..............................................................................

**2.** Développer les expressions P($x$) et Q($x$) :

$P(x) = 3(x - \frac{1}{3})(x + 2)$

..............................................................................

..............................................................................

..............................................................................

$Q(x) = -2(x + 0{,}25)(x - 1)$

..............................................................................

..............................................................................

..............................................................................

**3.** Soit l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), $\Delta$ ($= b^2 - 4ac$) son discriminant et P le polynôme du second degré défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$ . Compléter le tableau.

| $\Delta > 0$ | $\Delta = 0$ | $\Delta < 0$ |
|---|---|---|
| L'équation a ..............................<br>$x_1$ = ..............................<br>et $x_2$ = .............................. | L'équation a ..............................<br>$x_1$ = .............................. | L'équation ..............................<br>.................................................. |
| P($x$) peut se factoriser<br>P($x$) = .............................................. | P($x$) peut se factoriser<br>P($x$) = .............................................. | P($x$)<br>.................................................. |

**4.** Factoriser le polynôme $P(x) = x^2 + 5x - 50$.

..................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................

**5.** Signe du polynôme $P(x) = x^2 + 5x - 50$ : compléter le tableau de signe, ligne par ligne.

| $x$ | $-\infty$ | | ....... | | ........ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x + 10$ | | ...... | ....... | ....... | \| | ...... | |
| $x - 5$ | | ...... | \| | ....... | ....... | ...... | |
| P($x$) | | ...... | ........ | ....... | ....... | ...... | |

⟵ On place les valeurs $x_1$ et $x_2$

⟵ On place les signes du premier facteur

⟵ On place les signes du second facteur

⟵ On applique le produit des signes.

**6.** Conclure : ..............................................................................................................

..............................................................................................................

# 2. Equations et inéquations du second degré

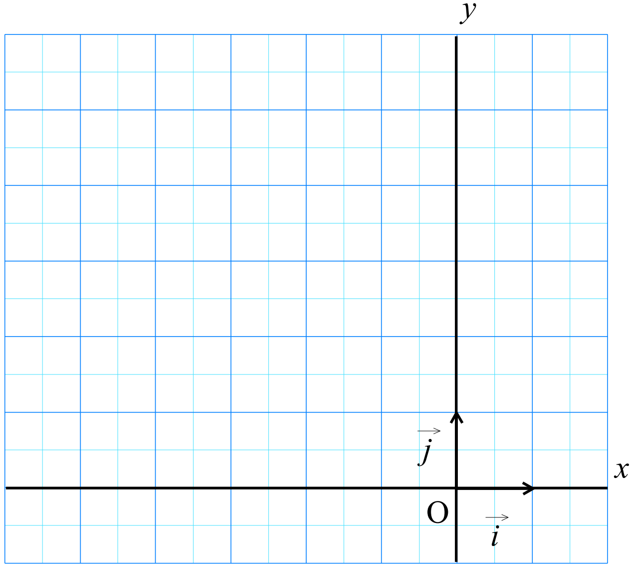
**7.** Résoudre dans **R** l'inéquation $x^2 + 5x + 6 < 0$ en détaillant les étapes.

**8.** On donne le tableau de variation de la fonction $f$ définie sur R par $f(x) = x^2 + 5x + 6$. Compléter le tableau de valeurs.

| $x$ | $-\infty$ | $-2,5$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ↘ | $-0,25$ | ↗ |

| $x$ | -2,5 | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

Construire la représentation graphique de $f$ et retrouver graphiquement les solutions de l'inéquation précédente.



# 2. Equations et inéquations du second degré

## IV- Exemple d'arithmétique

L'objectif du problème est de trouver deux nombres dont le somme est 18 et le produit -243

**1.** Soit $x$ et $y$ ces deux nombres s'ils existent. Quel système d'équations vérifient-ils ?

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

**2.** En utilisant la méthode de substitution montrer que le problème se ramène à une équation du second degré.

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

**3.** Résoudre cette équation et déterminer $x$ et $y$.

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

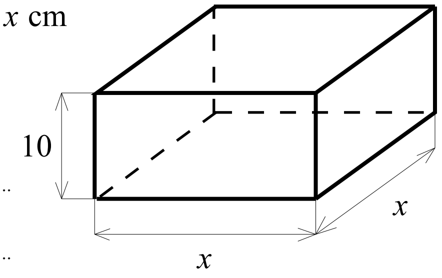
## V- Exemple de géométrie

Le parallélépipède rectangle ci-contre a une base carrée de $x$ cm de côté et une hauteur de 10 cm.

**1.** Exprimer en fonction de $x$ l'aire totale de toutes les faces.

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................



**2.** Déterminer $x$ sachant que l'aire totale est de 7000 cm$^2$.

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................

# 2. Equations et inéquations du second degré

## VI- Exemple d'économie

M. Hervé place une somme de 2 000 € à intérêts simples au taux annuel de 5 % pendant $x$ mois. Au bout de $x$ mois, il retire ce capital et les intérêts obtenus pour les placer (à intérêts simples) au taux annuel de 10 % pendant la même durée $x$ mois.

**Rappel :**

L'intérêt $i$ produit par un capital $C$, placé pendant $n$ années au taux annuel $t$ est : $i = C \times t \times n$

**1.** Déterminer en fonction de $x$ le montant $C_1(x)$ du capital acquis (capital + intérêts) à la fin du premier placement.

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

**2.** Déterminer en fonction de $x$ le montant $C_2(x)$ du capital acquis (capital + intérêts) à la fin du deuxième placement.

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

**3.** Calculer $x$ si à la fin du deuxième placement, il dispose d'un montant de 2 472,5 €.

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………