1. Fonctions usuelles

I- Fonction : $x \longmapsto x^2$

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [-5 ; 5] par $f(x) = x^2$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal .

Tracer C_f sur [0 ; 5] (fig. 1)

et indiquer son nom : ....

2. La fonction f est-elle paire ou impaire ? Justifier.

....

....

....

....

....

Quelle en la conséquence graphique ?

....

....

....

....

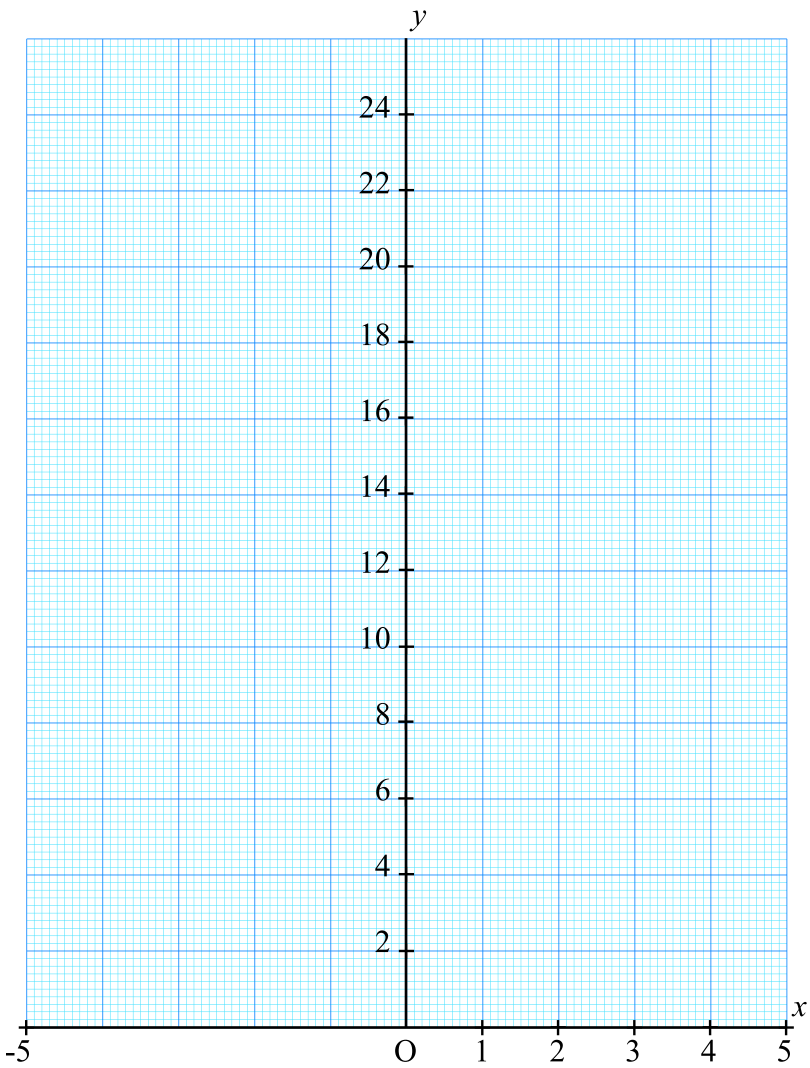


Fig. 1

Tracer C_f sur [-5 ; 0] dans le repère (Fig. 1).

Rappel :

Une fonction f est **paire** sur un intervalle I, si pour tout antécédent x de I, $-x$ est dans cet intervalle I et leurs images respectives sont **égales** : $f(x) = f(-x)$. La courbe représentative de la fonction f admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie.

Une fonction f est **impaire** sur un intervalle I, si pour tout antécédent x de I, $-x$ est dans cet intervalle I et leurs images respectives sont **opposées** : $f(x) = -f(-x)$. La courbe représentative de la fonction f admet l'origine du repère comme centre de symétrie.

3. Considérons deux points R et S de C_f, (Fig. 1) d'abscisses respectives x_R et x_S telles que $0 < x_R < x_S$.

Comparer leurs ordonnées y_R et y_S. En déduire comment varie f sur [0 ; 5].

....

Rappel :

Une fonction est croissante sur un intervalle lorsque x et y varient dans le même sens.

Une fonction est décroissante sur un intervalle lorsque x et y varient en sens contraire.

1. Fonctions usuelles

4. Considérons deux points P et Q de C_f, (fig. 1) d'abscisses respectives x_P et x_Q telles que $x_P < x_Q < 0$.
Comparer leurs ordonnées y_P et y_Q. En déduire comment varie f sur [0 ; 5].

....

5. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur [-5 ; 5]. La fonction présente-t-elle un minimum ? Si oui, donner sa valeur : ....

x	....
$f(x)$	....

6. Tracer la droite passant par E(4 ; 16) et G (-2 ; 4) (fig. 1). Déterminer son équation.

Rappel :
Dans l'équation d'une droite de la forme $y = ax + b$, a est le coefficient directeur de cette droite. Si la droite passe par les points A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) alors $a = \dfrac{(y_A - y_B)}{(x_A - x_B)}$

....

....

....

....

7. En déduire la solution graphique de l'équation $x^2 = 2x + 8$:

....

....

....

....

1. Fonctions usuelles

II- Fonction : $x \longmapsto x^2 + c$

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [-3 ; 3] par $f(x) = x^2$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal (fig. 2). Tracer la droite (Δ_1) d'équation $y = 2$.

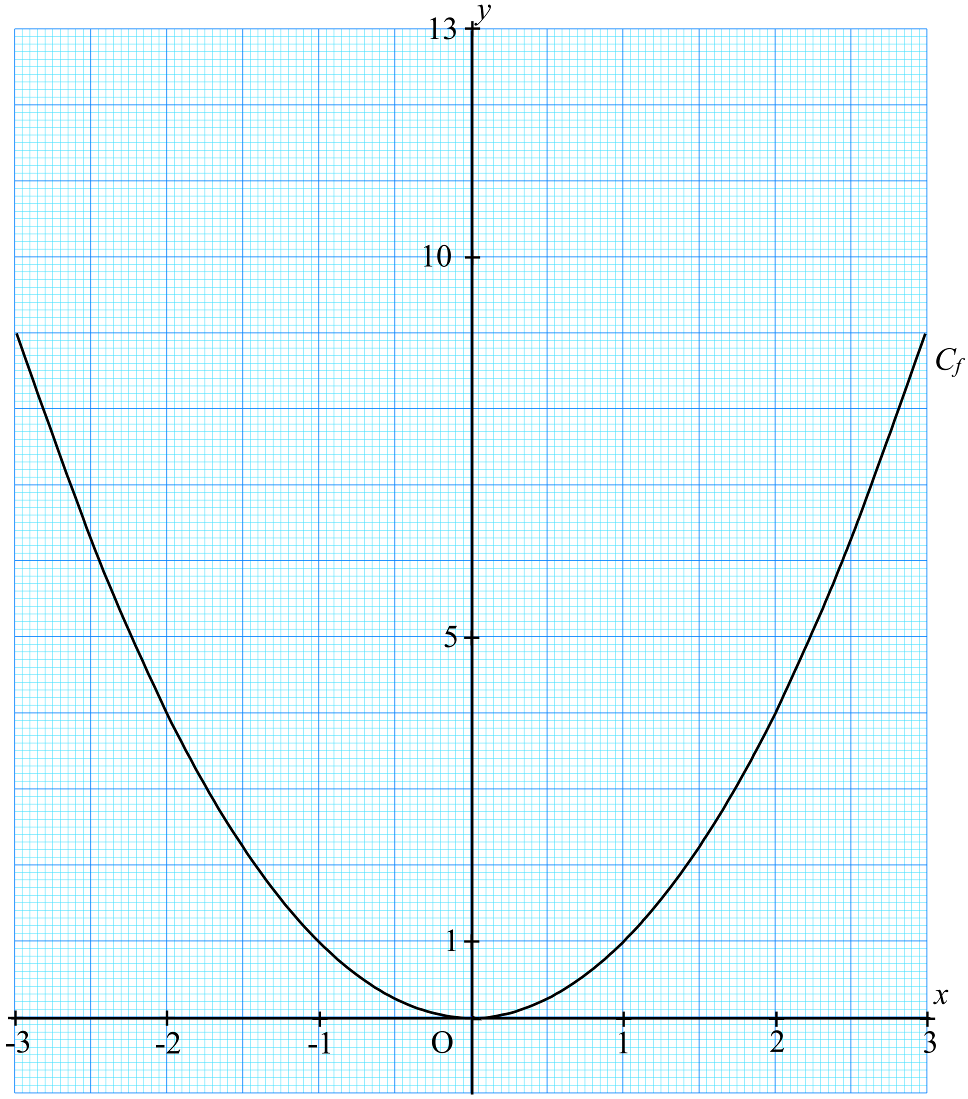


Fig. 3

2. Soit la fonction p définie sur l'intervalle [-3 ; 3] par $p(x) = x^2 + 2$ et C_p sa courbe représentative. Quelle est la transformation géométrique du plan qui transforme C_f en C_p ? Compléter le tableau pour le justifier et tracer C_p en rouge.

....

Point de C_f	Point de Δ_1	Point de C_p	Vecteur MM'
M(x ; .....)	N(x ; .....)	M'(x ; ....)	MM'(.... ; .....)

Rappel : $y = b$ est l'équation d'une droite parallèle à l'axe des abscisses.
Une translation de vecteur $\vec{u}$ est une transformation du plan qui, à tout point M, associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

1. Fonctions usuelles

3. Pour chacune des fonctions f et p, donner le tableau de variation et l'intervalle image.

Pour donner l'intervalle image d'une fonction f, il faut regarder sur quel intervalle $f(x)$ évolue.

x	....
$f(x)$	....
$p(x)$	....

	f	p
intervalle image	....	....

4. Une fonction f est positive sur un intervalle I si pour tout x de I on a $f(x) \geqslant 0$. En déduire sur quel(s) intervalle(s) les fonctions f et p sont positives. Justifier.

....

....

5. Tracer, (fig. 2), la droite (Δ_2) d'équation $y = -x + 1$

x	....	....
y	....	....

6. Sur l'intervalle [-3 ; 3] sont définies les fonctions :

g telle que $g(x) = -x + 1$ et h telle que $h = f + g$ ou $h(x) = f(x) + g(x)$.

Soit C_h la courbe représentative de la fonction h. Indiquer l'ordonnée des points des différentes courbes pour une abscisse donnée. Tracer C_h.

Abscisse	-3	-2	-1	0	0,5	1	2	3
Ordonnée du point de C_f	....	....	....	....	....	....	....	....
Ordonnée du point de C_g	....	....	....	....	....	....	....	....
Ordonnée du point de C_h	....	....	....	....	....	....	....	....

7. Préciser la forme algébrique de h, puis d'après le graphique son intervalle image.
Pour quelles valeurs de x de l'intervalle d'étude a-t-on $h \geqslant 0$?

....

....

....

8. Conclure en précisant le mode de construction de C_h à partir de C_f et C_g

....

....

....

....

....

1. Fonctions usuelles

III- Fonction : $x \longmapsto \dfrac{a}{x} + c$

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle I = [-5 ; - 0,5] ∪ [0,5 ; 5] par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Indiquer le nom de sa courbe représentative C_f construite figure 4 : ....

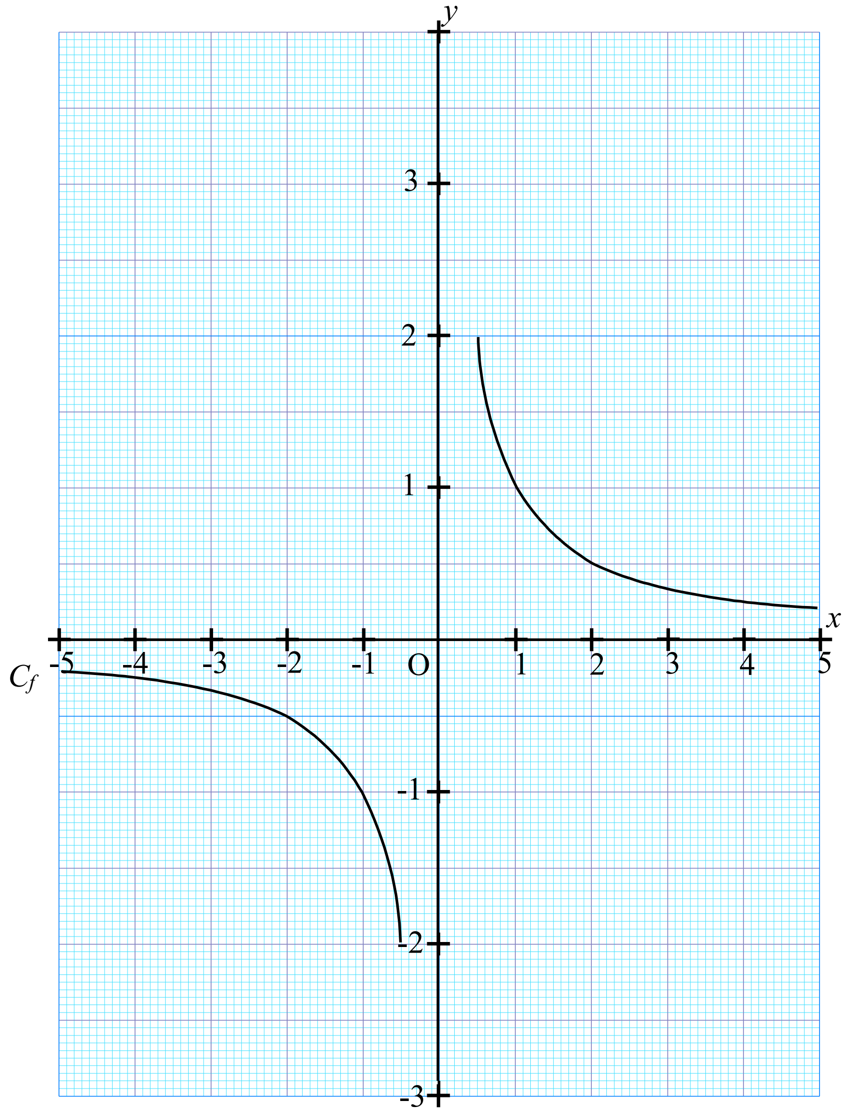


Fig. 4

2. Soit la fonction g définie sur I par $g(x) = \dfrac{-1,5}{x}$ et C_g sa courbe représentative.

Donner l'ordonnée des points de C_f et C_g de même abscisse.

x	0,5	1	2	4	5
$f(x)$	....	....	....	....	....
$g(x)$	....	....	....	....	....

Construire C_g figure 4.

1. Fonctions usuelles

3. Conclure en précisant le mode de construction de C_g à partir de C_f .

....

....

....

4. Pour chacune des fonctions f et g, donner le tableau de variation et l'intervalle image.

x	....	....
$f(x)$	....	....
$g(x)$	....	....

	f	g
intervalle image	....	....

5. En déduire sur quel(s) intervalle(s) les fonctions f et g sont positives.

....

....

....

6. $f \geqslant g$ sur un intervalle signifie que pour tout x de cet intervalle on a $f(x) \geqslant g(x)$.
Préciser sur quelle partie de I on a $f \geqslant g$.

....

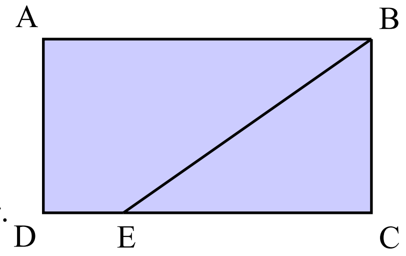
7. Construire la courbe représentative C_h de la fonction h définie sur I par :
$h(x) = \dfrac{-1,5}{x} + 0,75$ sur la figure 4.

8. Déterminer graphiquement, sur quelle(s) partie(s) de I on a $h \geqslant 0$ d'une part et $f \geqslant h$ d'autre part.

....

....

1. Fonctions usuelles



IV- Exemple de calculs d'aire

Soit un rectangle ABCD de longueur AB = 4 cm et de largeur AD = x cm. Soit E un point du segment [DC] tel que CE = 1,4 x. On cherche x pour que l'aire du trapèze ABED soit maximale.

1. Préciser à quel intervalle appartient x et donner l'aire A_1 de ABCD en fonction de x

....

2. Donner l'aire A_2 du triangle BCE en fonction de x :

....

3. Soit f et g, deux fonctions définies sur [0 ; 4] par $f(x) = 4\,x$ et $g(x) = -\,0{,}7\,x^2$.
Préciser le nom de la représentation graphique (C_f et C_g) associée à chacune d'elles :

....

....

4. Dans un repère orthogonal, figure 6, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous et tracer C_f et C_g. En déduire la courbe C_h représentative de la fonction h telle que $h = f + g$ sur [0 ; 4].

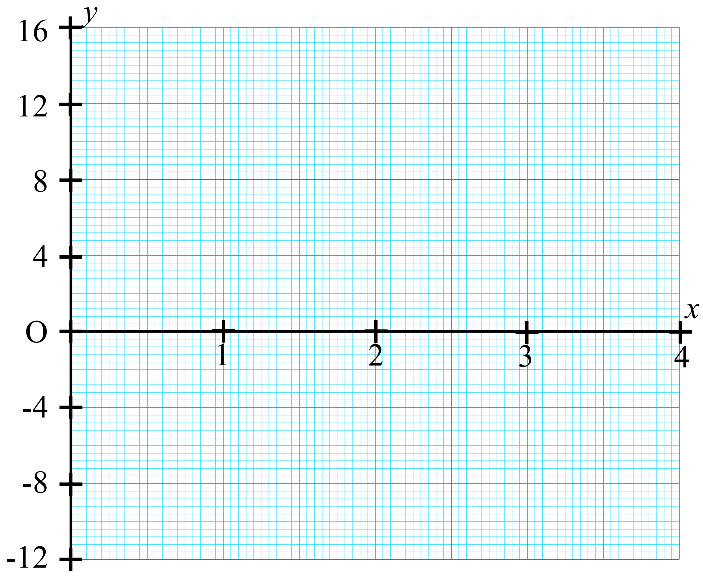


Fig. 6

x	$f(x) = 4\,x$
0	....
4	....

x	$g(x) = -\,0{,}7\,x^2$
0	....
1	....
2	....
3	....
4	....

5. Donner l'expression algébrique de la fonction h. Préciser d'après le graphique si h semble posséder un maximum. Si oui le préciser.

....

....

6. Quelle est la signification géométrique de $h\,(x)$? Conclure.

....

....

1. Fonctions usuelles

V- Exemple d'addition de sons

Deux sons émis séparément sont transformés en deux signaux électriques visualisés par les courbes C_1 et C_2 ci-dessous (fig. 7).

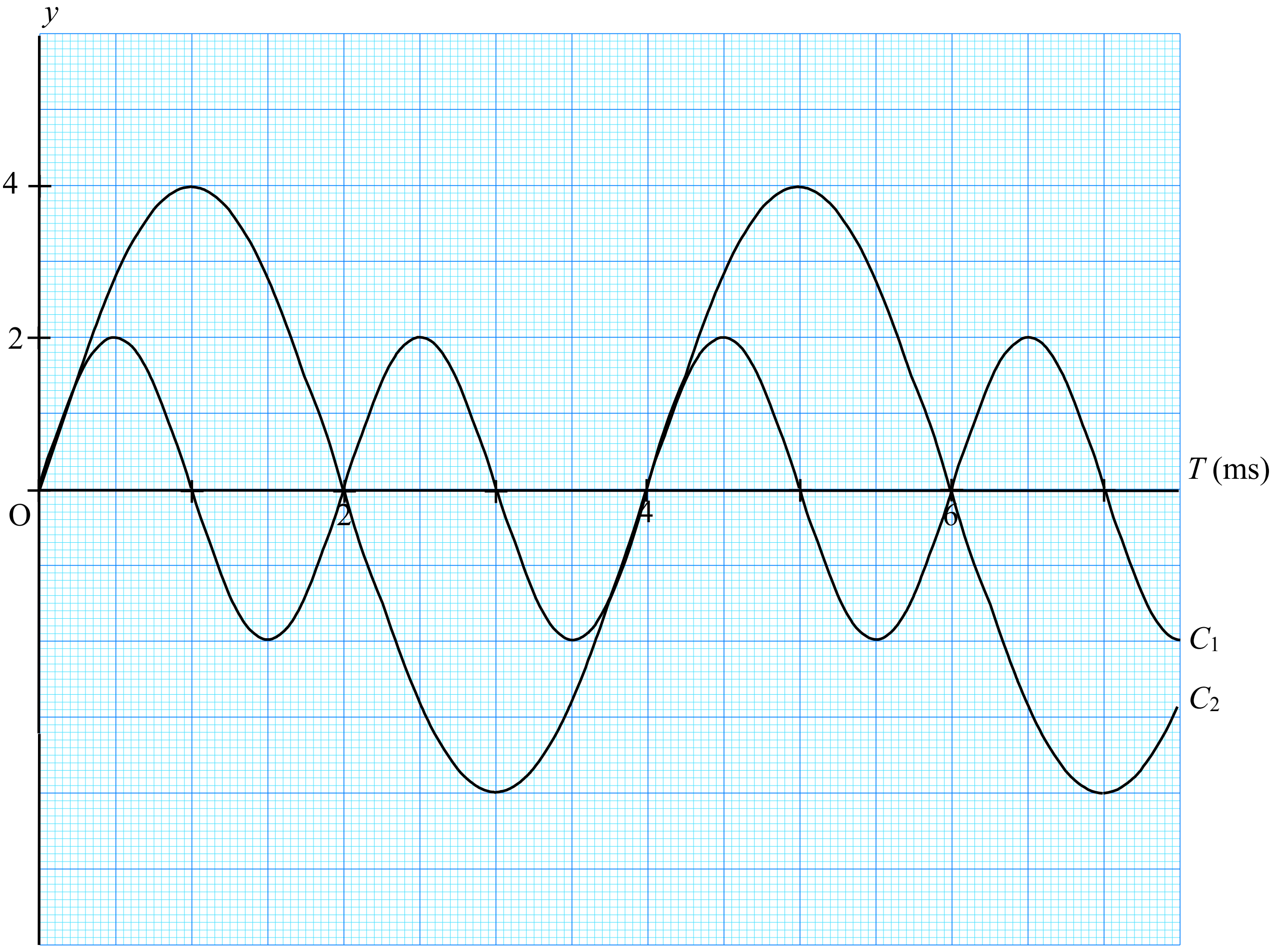


Fig. 7

1. Compléter le tableau des caractéristiques de ces deux sons

courbe	→ nature	période T (ms)	fréquence $f = 1\ /\ T$ (Hz)
C_1	....	....	....
C_2	....	....	....

2. Tracer, figure 7, la courbe représentant l'émission simultanée de ces deux sons et qui se traduit par la somme algébrique des deux signaux.

3. En déduire la nature, la période et la fréquence de ce nouveau son.

....

....

....