

- SUJET -

PARTIE 1 : (13 points)

Une entreprise fabrique des raquettes de tennis de table.

L'objectif de cette première partie est d'étudier sommairement **le coût de fabrication mensuel** de ces raquettes sachant que :

- **Les charges fixes** (salaires des ouvriers, amortissement des machines) s'élèvent à la somme de **20 000 €**.
- Le coût de **la matière première** (bois contreplaqué, mousse japonaise, colle,...) pour **une** raquette est de **8 €**.
- Le coût de **l'emballage et du stockage** est proportionnel **au carré** du nombre de raquettes fabriquées : il est égal à **0,001 x^2** (où x représente le nombre de raquettes fabriquées).

1. Compléter le tableau n° 1 situé en **annexe**.
2. Dans toute la suite du problème, on supposera que **le coût total de production** de x raquettes est donné par :

$$C(x) = 0,001 x^2 + 8 x + 20\,000 \text{ pour } x \text{ appartenant à l'intervalle } [1\,000 ; 8\,000].$$

- a) **Le coût moyen unitaire** (d'une raquette) est obtenu en divisant le coût total par le $C(x)$ nombre de raquettes fabriquées, soit : $C_{mu}(x) = \frac{C(x)}{x}$

$$\text{Montrer que : } C_{mu}(x) = \frac{20\,000}{x} + 8 + 0,001 x$$

- b) Calculer le coût moyen unitaire pour une fabrication de 5 000 raquettes.

3. L'entreprise, voulant optimiser cette fabrication, désire connaître **le nombre de raquettes à fabriquer** de manière que **le coût moyen unitaire** soit **minimum**.

- a) Une première personne décide d'utiliser un tableau de valeurs.
Compléter le tableau n° 2 situé sur **l'annexe**. Les résultats seront arrondis au centime.
A partir de ce tableau, donner l'intervalle dans lequel se situe le nombre de raquettes à fabriquer pour que le coût moyen unitaire soit minimum.

- b) Une seconde personne semble avoir une bien meilleure idée en déclarant :
« *Le calcul est facile ! Il suffit de dériver !* »
Calculer la dérivée C'_{mu} de la fonction C_{mu} définie sur l'intervalle $[1\,000 ; 8\,000]$ par :

$$C_{mu}(x) = \frac{20\,000}{x} + 8 + 0,001 x$$

On admet que la fonction C_{mu} présente un minimum pour la valeur de x appartenant à l'intervalle $[1\,000 ; 8\,000]$ qui annule la dérivée. Déterminer cette valeur et en déduire le nombre exact de raquettes à fabriquer pour que le coût moyen soit minimum.

- c) Calculer ce coût moyen unitaire minimum.

- SUJET -

PARTIE 2 : (7 points)

Au cours de la fabrication, un contrôle de l'épaisseur de 500 raquettes a donné les résultats suivants:

Épaisseur (en mm)	Nombre de raquettes
[9,90; 9,94 [	20
[9,94; 9,98 [	140
[9,98 ; 10,02 [	200
[10,02 ; 10,06 [	100
[10,06 ;10,10 [	40

1. En ramenant les valeurs de chaque classe au centre de cette classe, déterminer :
 - a) L'épaisseur moyenne $\bar{x}$;
 - b) L'écart type σ de la série statistique. Le résultat sera arrondi au centième.
2. Dans cette question, la répartition des valeurs dans chaque classe est supposée uniforme. On prendra pour x et a les valeurs arrondies trouvées à la question précédente. Calculer le nombre de raquettes dont l'épaisseur est située dans l'intervalle $[\bar{x} - 2 \sigma ; \bar{x} + 2 \sigma]$
3. La fabrication est jugée satisfaisante si 95 % des raquettes ont une épaisseur dans l'intervalle $[\bar{x} - 2 \sigma ; \bar{x} + 2 \sigma]$. Dans le cas contraire, un réglage des machines est impératif. Quelle sera la décision de l'entreprise ?

- SUJET -

ANNEXE (à rendre avec la copie)

PARTIE 1 :

Tableau n° 1 :

Nombre de raquettes fabriquées	Charges fixes (€)	Matière première (€)	Emballage et stockage (€)	COÛT TOTAL (€)
1 000			1 000	
2 000				
		80 000		
x	20 000		$0,001 x^2$	

Tableau n° 2 :

x	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000
$C_{mu}(x)$								