

**- SUJET -**

Afin d'orienter ses investissements, une chaîne d'hôtels réalise des analyses sur le taux d'occupation des chambres.

**EXERCICE 1 : (11 points)**

La première analyse porte sur le bénéfice  $B(x)$ , en euros, par hôtel, en fonction du taux d'occupation  $x$  exprimé en %.

La fonction  $B$ , définie sur l'intervalle  $[ 20 ; 90 ]$ , est de la forme :

$$B(x) = -x^2 + 160x + c$$

1. Calculer la constante  $c$  sachant que  $B(40) = 900$ . En déduire l'expression de  $B(x)$ . Calculer  $B(20)$  et  $B(90)$ .
2. *Étude de la fonction  $B$ .*
  - a) Exprimer  $B'(x)$  où  $B'$  désigne la dérivée de la fonction  $B$ .
  - b) Calculer la valeur  $x_0$  qui annule cette dérivée, calculer alors la valeur  $B(x_0)$ .
  - c) Compléter le tableau de variation de la fonction  $B$  situé en **annexe 1**.
  - d) Pour quelle valeur du taux d'occupation  $x$  le bénéfice est-il maximum ? Quelle est la valeur de ce bénéfice ?
3. On cherche le taux pour lequel le bénéfice est nul (seuil de rentabilité). Pour cela, résoudre l'équation :  $-x^2 + 160x - 3\,900 = 0$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[ 20 ; 90 ]$ .

**EXERCICE 2 : (9 points)**

La deuxième analyse établit un lien entre le taux d'occupation, exprimé en %, et le montant des frais de publicité (en milliers d'euros).

Frais de publicité $x_i$	30	27	32	25	35	22	24	35
Taux d'occupation $y_i$	52	45	67	55	76	48	32	72

1. Représenter le nuage de points  $M ( x_i ; y_i )$  dans le repère situé en annexe 1 :  
axe des abscisses : 1 cm pour 1 millier d'euros  
axe des ordonnées : 1 cm pour 10 %
2. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage, ces coordonnées seront arrondies à l'unité.  
Placer ce point dans le repère précédent.
3. On choisit comme droite d'ajustement de ce nuage de points, la droite passant par le point moyen  $G$  et par le point  $P$  de coordonnées  $( 35 ; 72 )$ .
  - a) Placer le point  $P$  et tracer cette droite dans le repère précédent.
  - b) Déterminer graphiquement le montant des frais de publicité laissant espérer un taux d'occupation de 80% . Les traits de construction devront figurer sur le schéma.

- SUJET -

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

EXERCICE 1 :  
Tableau de variation  
de la fonction B.

$x$	20	$x_0 = \dots$	90
Signe de $B'(x)$		0	
$B(x)$			

EXERCICE 2 :

