

PROBLEME I (10 points)

Dans une entreprise spécialisée, le coût de production d'une série limitée dépend du **nombre entier** n d'articles fabriqués.

Pour une production inférieure ou égale à 15 articles, le coût de production s'exprime en euro par la relation :

$$C(n) = n^3 - 16,5 n^2 + 30 n + 450$$

1. Calculer le coût de production pour :

1.1. Deux articles produits.

1.2. Quinze articles produits.

2. On modélise le coût de production C par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 15]$ par :

$$f(x) = x^3 - 16,5 x^2 + 30 x + 450$$

2.1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Calculer $f'(x)$.

On admet que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $f'(x) = 3(x^2 - 11x + 10)$.

2.2. Résoudre l'équation $x^2 - 11x + 10 = 0$.

2.3. En déduire le signe de $f'(x)$ et compléter sur l'annexe 1 le tableau de variation de la fonction f .

2.4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'annexe 1.

2.5. En utilisant le repère de l'annexe 1, compléter la représentation graphique de la fonction f .

3. Exploitation :

3.1. Le cahier des charges de l'entreprise impose un coût de production inférieur à 250 €.

Déterminer graphiquement le nombre d'articles à produire pour respecter cette condition (laisser apparents les traits utiles à la lecture).

3.2. Pour combien d'articles produits le coût de production est-il minimal ?

3.3. En déduire le coût de production minimal.

PROBLEME II (10 points)

Les frais de production nécessitent un emprunt de 56 000 €. Son remboursement s'effectue par mensualités constantes, sur quatre ans au taux annuel de 5,4 %.

1. Calculer le taux mensuel proportionnel.
2. Calculer le montant d'une mensualité.
3. En déduire le coût total du crédit.
4. Compléter, en annexe 2, les trois premières lignes du tableau d'amortissement.
5. On admet que les amortissements forment une suite géométrique de premier terme 1 047,81.
 - 5.1. Préciser la raison (arrondir à 10^{-4}) et le premier terme de cette suite.
 - 5.2. Calculer la somme des amortissements sur quatre ans. Arrondir le résultat à l'unité.
À quoi correspond cette somme ?
6. Une étude comptable indique que la société peut se permettre de rembourser une mensualité de 1 000 €.
On souhaite alors déterminer la nouvelle durée de remboursement.
 - 6.1. Montrer que la durée de remboursement n , en mois, vérifie l'équation :
$$1,0045^{-n} = 0,748$$
 - 6.2. Résoudre cette équation. Arrondir le résultat à l'unité.
 - 6.3. En déduire la nouvelle durée de remboursement en années et mois.

PROBLEME I

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

Tableau de variations

x	0	...	...	15
Signe de $f'(x)$				
Sens de variation de f				

Tableau de valeurs

x	0	1	3	5	7	9	10	11	12	14	15
$f(x)$	450	464,5	418,5	312,5	194,5	112,5					

Représentation graphique



PROBLEME II

Annexe 2 (à rendre avec la copie)

Tableau d'amortissement.

	Capital restant dû (en €)	Intérêt (en €)	Amortissement (en €)	Mensualité (en €)
1 ^{er} mois	56 000		1 047,81	
2 ^{ème} mois				
3 ^{ème} mois				1 299,81