

- SUJET -

PREMIERE PARTIE

Madame PREVO, 45 ans, désire placer 50 000 € sous forme d'une assurance vie au bénéfice de ses petits enfants. Pour cela, son assureur lui propose deux types de contrats.

Étude du contrat A :

- Taux de placement : 4% l'an (intérêts composés)
- Temps minimum d'immobilisation : 7 ans.

La fonction f modélise l'évolution du placement. Cette fonction est définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par :

$$f(x) = 50\,000 \times 1,04^x \quad \text{où } x \text{ est le nombre d'années de placement.}$$

- 1) Justifier que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
- 2) Compléter le tableau de valeurs présenté en annexe. Les résultats seront arrondis à l'unité.
- 3) Compléter la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'annexe.
- 4) Madame PREVO décide d'offrir la valeur acquise au bout de 18 ans à ses petits enfants. Déterminer graphiquement cette somme (laisser apparents les traits de construction nécessaires à la lecture).
- 5) Retrouver par calcul le nombre d'années au bout duquel la valeur acquise par le capital placé par Madame PREVO sera égale à 101 000 €. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Étude du contrat B :

Dans ce cas, l'évolution du placement est modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par :

$$g(x) = -x^2 + 36x + 100\,000 \quad x \text{ représentant le nombre d'années de placement.}$$

- 1) Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g .
- 2) Résoudre l'équation $g'(x) = 0$ et étudier le signe de $g'(x)$.
- 3) En déduire le nombre d'années pour lequel la fonction g passe par son maximum.
- 4) Calculer alors la valeur acquise par le capital de Madame PREVO placé selon la formule B.

Exploitation des résultats :

Quel est, parmi les contrats A et B précédemment étudiés, celui qui semble le plus avantageux au bout de 18 ans, compte tenu des intentions de Madame PREVO ?

- SUJET -

DEUXIEME PARTIE

Pour examiner le dossier de Madame PREVO, l'assureur utilise la loi de survie de Mackeham. On admet que cette loi est approchée par la fonction V définie par :

$V(x) = 110\,545 \times 0,995^x$ où $V(x)$ représente, au bout de x années $x \geq 45$, le nombre de survivants dans un échantillon de 100 000 individus nés la même année que Madame PREVO.

- 1) Madame PREVO a aujourd'hui 45 ans et aura 63 ans dans 18 ans. En utilisant l'expression $V(x) = 110\,545 \times 0,995^x$, calculer pour cet échantillon :
 - a) le nombre probable de survivants âgés de 45 ans ($V(45)$).
 - b) puis le nombre probable de survivants âgés de 63 ans ($V(63)$).Chaque résultat sera arrondi à l'unité.
- 2) Calculer le nombre de décès entre 45 et 63 ans. En déduire le taux de mortalité de cet échantillon sur cette période. Le résultat sera arrondi à l'unité.
- 3) Si le taux de mortalité de l'échantillon d'âge auquel appartient un candidat est inférieur à 20%, alors l'assureur accepte son dossier.
L'assureur va-t-il accepter celui de Madame PREVO ? Justifier la réponse.

- SUJET -

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs :

x	0	5	7	10	12	15	20
$f(x)$	50 000			74 012			109 556

Représentation graphique :

