

- SUJET -

Une entreprise spécialisée dans la vente d'articles de bureautique a ouvert ses portes dans la région, il y a deux ans. Vous y travaillez en tant que secrétaire.

Les deux parties sont indépendantes

PREMIÈRE PARTIE (5 points)

Monsieur Buzu, votre responsable, vous demande de réaliser une étude sur le coût de revient de son contrat de location des locaux de l'entreprise. Cette étude portera sur les 6 premières années de vie de l'entreprise.

La première année, le loyer annuel a été fixé à 27 600 € par an, Monsieur Buzu suppose que chaque année le loyer subit une augmentation de 3 %.

1. Calculer le loyer annuel de la deuxième année, puis celui de la troisième année.
2. On désigne par U_1 le loyer de la 1^{re} année ($U_1 = 27\,600$), par U_2 le loyer de la 2^e année, par U_3 le loyer de la 3^e année. . . , par (U_n) le loyer de n ^{ième} année.
 - a. Montrer les trois nombre U_1, U_2, U_3 , pris dans cet ordre, sont les trois premiers termes d'une suite géométrique U_n dont on précisera la raison.
 - b. Calculer U_6 . Arrondir à 0,01.
3. Quel sera le loyer annuel de la sixième année ?

DEUXIÈME PARTIE : (15 points)

Monsieur Buzu s'est intéressé, de son côté, aux bénéfices réalisés par l'entreprise, au cours d'une année sur les ventes d'imprimantes.

Le bénéfice, exprimé en euro, est donné par la relation : $B(q) = -3q^2 + 270q - 4000$ où q désigne le nombre d'imprimantes vendues.

Monsieur Buzu vous demande alors de réaliser une étude afin de déterminer :

- Le nombre d'imprimantes vendues dans l'année pour que le bénéfice soit maximal ;
- Le nombre d'imprimantes vendues dans l'année pour que le bénéfice soit supérieur ou égal à 1 400 €

I. Étude de fonction

Soit la fonction f définie pour tout x de l'intervalle : $[17 ; 70]$ par :

$$f(x) = -3x^2 + 270x - 4000$$

1. Compléter le tableau de valeurs de **I'ANNEXE**.
2. Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f .
3.
 - a. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
On note x_0 la solution de cette équation.
 - b. On admet que f atteint son maximum pour $x = x_0$.
Calculer $f(x_0)$.
4. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **I'ANNEXE**.
5. Tracer, la courbe C représentative de la fonction f dans le repère de **I'ANNEXE** où trois points de cette courbe sont placés.

II. Résolution d'équation et d'inéquation

1. Tracer dans le repère de l'ANNEXE, la droite \mathcal{D} d'équation $y = 1\,400$.
2. Estimer graphiquement les abscisses des points d'intersection de la droite \mathcal{D} avec la courbe C .
Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.
3. On admet que résoudre l'équation $f(x) = 1\,400$ revient à résoudre l'équation
$$-3x^2 + 270x - 5\,400 = 0$$
Résoudre l'équation $-3x^2 + 270x - 5\,400 = 0$
4. Résoudre graphiquement, l'inéquation $f(x) \geq 1\,400$.
Donner le résultat sous la forme d'un intervalle.

III. Conclusion

En utilisant les résultats précédents, indiquer par une phrase :

1. Le nombre d'imprimantes vendues dans l'année pour que le bénéfice soit maximal.
Quel est alors le montant de ce bénéfice maximal ?
2. Les nombres d'imprimantes vendues dans l'année pour que le bénéfice soit supérieur ou égal à 1 400 €.

Tableau de valeurs

x	17	20	30	40	50	60	70
$f(x)$		200				1 400	200

Tableau de variation :

x	17	70
		.	
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Sens de variation de f			

