

- SUJET -

La société MECAFAB produit des machines. Elle cherche à déterminer le coût total minimum de gestion du stock pour une année.

En fonction du nombre n de commandes passées par an, ce coût total C_t , en euro, est égal à la somme des deux coûts suivants :

- le coût annuel, en euro, de possession du stock :

$$C_p = \frac{11520}{n}.$$

- le coût annuel, en euro, de passation des commandes :

$$C_c = 5n + 50.$$

Dans l'étude qui suit on considère que le nombre n de commandes passées est tel que :

$$20 \leq n \leq 100.$$

PREMIÈRE PARTIE (5 points)

1. Compléter le tableau de **l'annexe**.
2. Exprimer le coût total annuel C_t de gestion du stock, en euro, en fonction de n .

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Soient les fonctions f et g , définies sur l'intervalle $[20 ; 100]$ par :

$$f(x) = \frac{11500}{x} \text{ et } g(x) = 5x + 50.$$

Dans le repère de **l'annexe** :

- la fonction f est représentée graphiquement par la courbe C ,
- la fonction g est représentée graphiquement par la droite D .

La fonction h est définie sur l'intervalle $[20 ; 100]$ par :

$$h(x) = \frac{11500}{x} + 5x + 50.$$

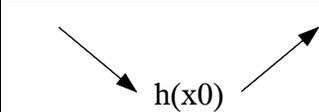
On appelle E la représentation graphique de la fonction h dans le repère de **l'annexe**.

- 1.1. Les six points d'abscisses respectives 20, 30, 70, 80, 90 et 100 représentés par des croix sur **l'annexe** appartiennent à la courbe E .

Placer dans **l'annexe** les trois points de la courbe E d'abscisses respectives 40, 50 et 60.

- SUJET -

- 1.2. À l'aide des neuf points précédents, tracer une courbe donnant l'allure de la représentation graphique E de la fonction h , sachant que le tableau de variation de h est le suivant (les valeurs de x_0 et de $h(x_0)$ ne sont pas demandées dans cette question) :

x	20	x_0	100
variation de h			

- 1.3. Par lecture graphique, proposer une valeur pour x_0 et une valeur pour $h(x_0)$ qui correspondent au minimum de la fonction h .

2. On note h' la dérivée de la fonction h .

2.1. Déterminer l'expression de $h'(x)$.

2.2.a. Vérifier que $h'(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$h'(x) = \frac{5x^2 - 11\,520}{x^2}.$$

b. Résoudre l'équation $5x^2 - 11\,520 = 0$.

c. En déduire la valeur de la solution x_0 de l'équation $h'(x) = 0$, sachant que x_0 appartient à l'intervalle $[20 ; 100]$.

2. Calculer la valeur du minimum $h(x_0)$ de la fonction h .

TROISIÈME PARTIE (2 points)

A l'aide des résultats précédents, rédiger une phrase indiquant le nombre de commandes qui correspond au minimum du coût total de gestion du stock.

Indiquer la valeur de ce coût minimum.

DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

PREMIÈRE PARTIE

n	30	60	90
C_p (en €)	384		
C_c (en €)		350	
C_t (en €)			628

DEUXIÈME PARTIE

